

Artykuł recenzowany: Metody wyrównywania sieci wysokościowych z jednoczesnym wykrywaniem odstających punktów dowiązania

RECEPTA NA BŁĘDNE OSNOWY

STRESZCZENIE: Metody wyrównywania sieci wysokościowych z jednoczesnym wykrywaniem odstających punktów dowiązania. Metoda najmniejszych kwadratów nie jest odporna na przemieszczone punkty nawiązania sieci. Wpływ punktów przemieszczonych na wyniki wyrównania można zminimalizować przy zastosowaniu funkcji tłumienia wywodzących się z metod estymacji odpornej. Skuteczność jednej z tych metod pokazano na przykładzie identyfikacji punktów stałych w okresowych kontrolnych pomiarach sieci do badania przemieszczeń na obszarze kopalni Turów. Metoda ta polega na iteracyjnym dopasowywaniu wyrównywanej sieci do maksymalnej liczby przystających punktów nawiązania. W efekcie wykrywane są punkty stałe i określane są wartości przemieszczeń pozostałych punktów z pełną analizą dokładności.

ABSTRACT: Vertical networks adjustment methods with simultaneous detection of outlying reference points. The least square method is not robust to the shifted reference points of network. The influence of shifted points on the network adjustment results can be minimized by using a damping function on the basis of robust estimation methods. The effectiveness of one of these methods is shown by the example of fixed points identification with the network periodic control measurements aimed at shift exploration on the Turów mine area. This method consists of iterative approximation of adjusted network to the maximum number of fixed reference points. As a result, the fixed points are detected and shift values of the rest of points are evaluated with comprehensive accuracy analysis.

KATERYNA SERGIEIEVA
EDWARD OSADA

Wyniki wyrównania sieci niwelacyjnej metodą najmniejszych kwadratów zależą od błędów pomiaru przewyższeń niwelacyjnych, jak również błędów lub fizycznych przemieszczeń punktów nawiązania sieci. Przewyższenia niwelacyjne kontrolowane są w wyniku podwójnego pomiaru ciągów w kierunkach głównym i powrotnym oraz sprawdzenia zamknięć oczek niwelacyjnych. Ostatecznym sprawdzeniem przewyższeń niwelacyjnych jest wyrównanie sieci niezależne od punktów nawiązania (swobodne) lub przy założeniu tylko jednego punktu nawiązania. Sieć nie zawiera błędów grubych i systematycznych, jeżeli suma ważonych kwadratów poprawek do przewyższeń $\sum pv^2$ jest w przybliżeniu równa ilości przewyższeń nadliczbowych f . Warunek ten

jest sprawdzany w postaci $m_0 = (\sum pv^2/f)^{1/2} = 1 \pm 0,1$ (wytyczne techniczne G-2.5). W przypadku spełnienia tego warunku poprawki przewyższeń zawierają się na ogół w granicach potrójnego błędu średniego poprawek $|v| \leq 3m_r$.

Zakładane sieci niwelacyjne mają na ogół mniejszą dokładność pomiaru niż sieci nawiązania. Zatem po wyrównaniu sieci z przyjętą bezbłędnością punktów nawiązania warunki $m_0 = (\sum pv^2/f)^{1/2} = 1 \pm 0,1$ i $|v| \leq 3m_r$ będą na ogół spełnione. Tak jednak nie będzie, jeżeli niektóre z punktów nawiązania uległy fizycznemu przemieszczeniu lub jeżeli zakładana sieć ma wyższą dokładność pomiaru niż sieci nawiązania (na przykład sieć do badania przemieszczeń pionowych lub sieć realizacyjna). W takich przypadkach proponowane jest iteracyjne wyrównywanie sieci z jednoczesnym jej dopasowywaniem do punktów przystających sieci nawiązania. W efekcie takiego wyrównania sieci – odpornego na odstające punkty – wykryte

zostają zarówno stałe, jak i przemieszczone fizycznie punkty nawiązania.

● WYRÓWNANIE SIECI NIEZALEŻNE OD PUNKTÓW NAWIĄZANIA

Jako przykład rozpatrzmy sieć wysokościową założoną w roku 1996 na obszarze kopalni Turów, przeznaczoną do pomiaru przemieszczeń pionowych terenu. Pomiary kontrolne tej sieci wykonywane były w latach 1998, 2000, 2002, 2004, 2006, 2007 i 2008. Nie obejmowały one wszystkich punktów sieci odniesienia z roku 1996, ponadto dołączane były nowe punkty. W sumie w sieci występuje 81 punktów wspólnych mierzonych we wszystkich okresach pomiarowych.

Na rys. 1 pokazana jest graficznie ocena dokładności sieci odniesienia 1996 po wyrównaniu niezależnym ($m_0 = 1,016$), przy założeniu punktu nawiązania oznaczonego kropką podwójnej wielkości. Wyniki wyrównania są poprawne: $m_0 = 1 \pm 0,1$, $|v| \leq 3m_r$. Świadczy to o braku błędów nieprzypadkowych na poszczególnych ciągach niwelacyjnych w tej sieci.

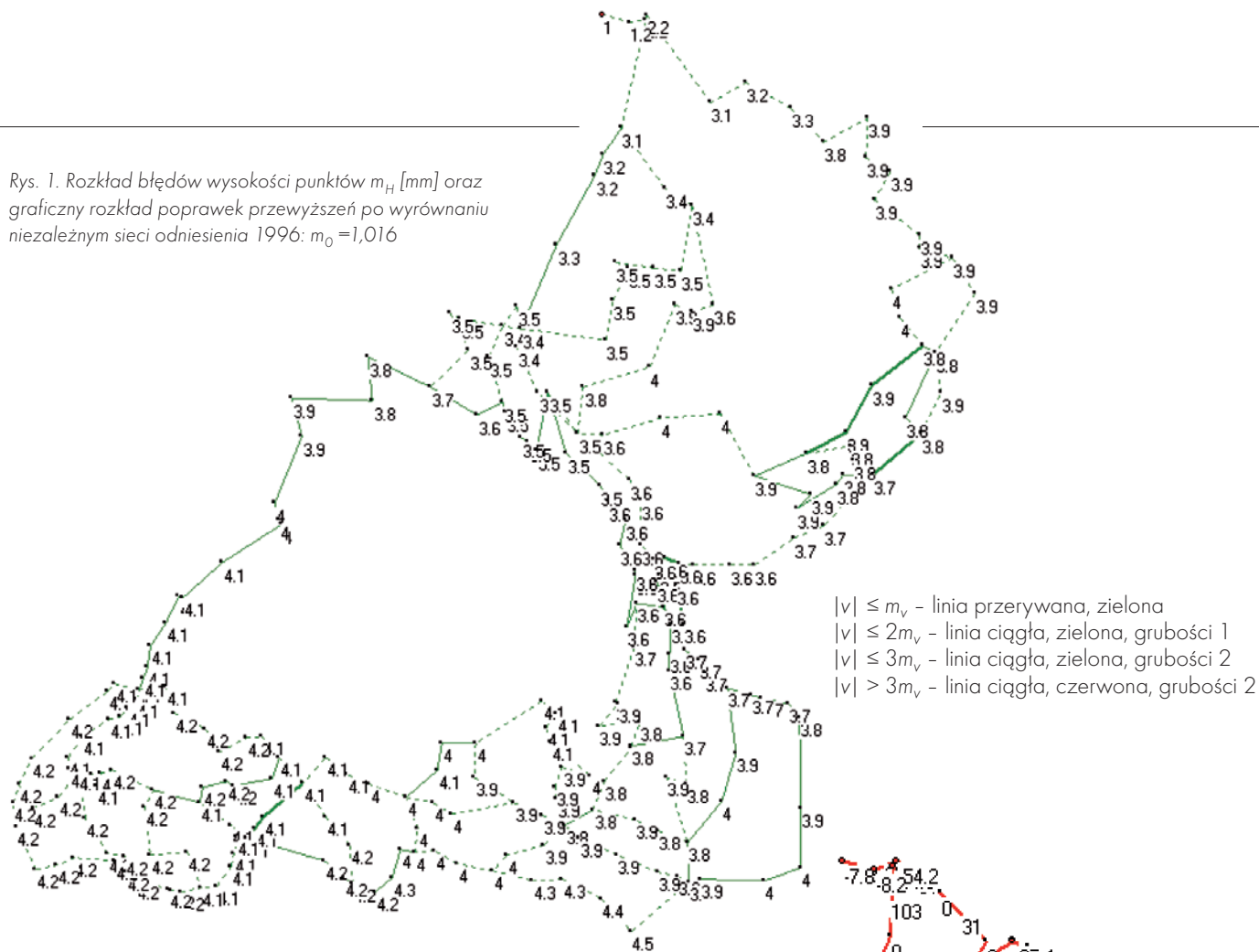
● WYRÓWNANIE SIECI Z UWZGLĘDNIENIEM PUNKTÓW NAWIĄZANIA

Sieć kontrolna 2008 zawiera część punktów sieci odniesienia 1996 stanowiących punkty nawiązania. Punkty te są oznaczone na rys. 2 kropkami podwójnej wielkości. Sieć posiada również dodatkowe punkty niewystępujące w sieci odniesienia 1996.

Wyrównanie sieci kontrolnej 2008 (rys. 2) przy uwzględnieniu błędów wysokości punktów nawiązania m_H (rys. 1) o wagach $p_H = 1/m_H^2$ wykazuje, że sieć ta nie przystaje do sieci odniesienia 1996:

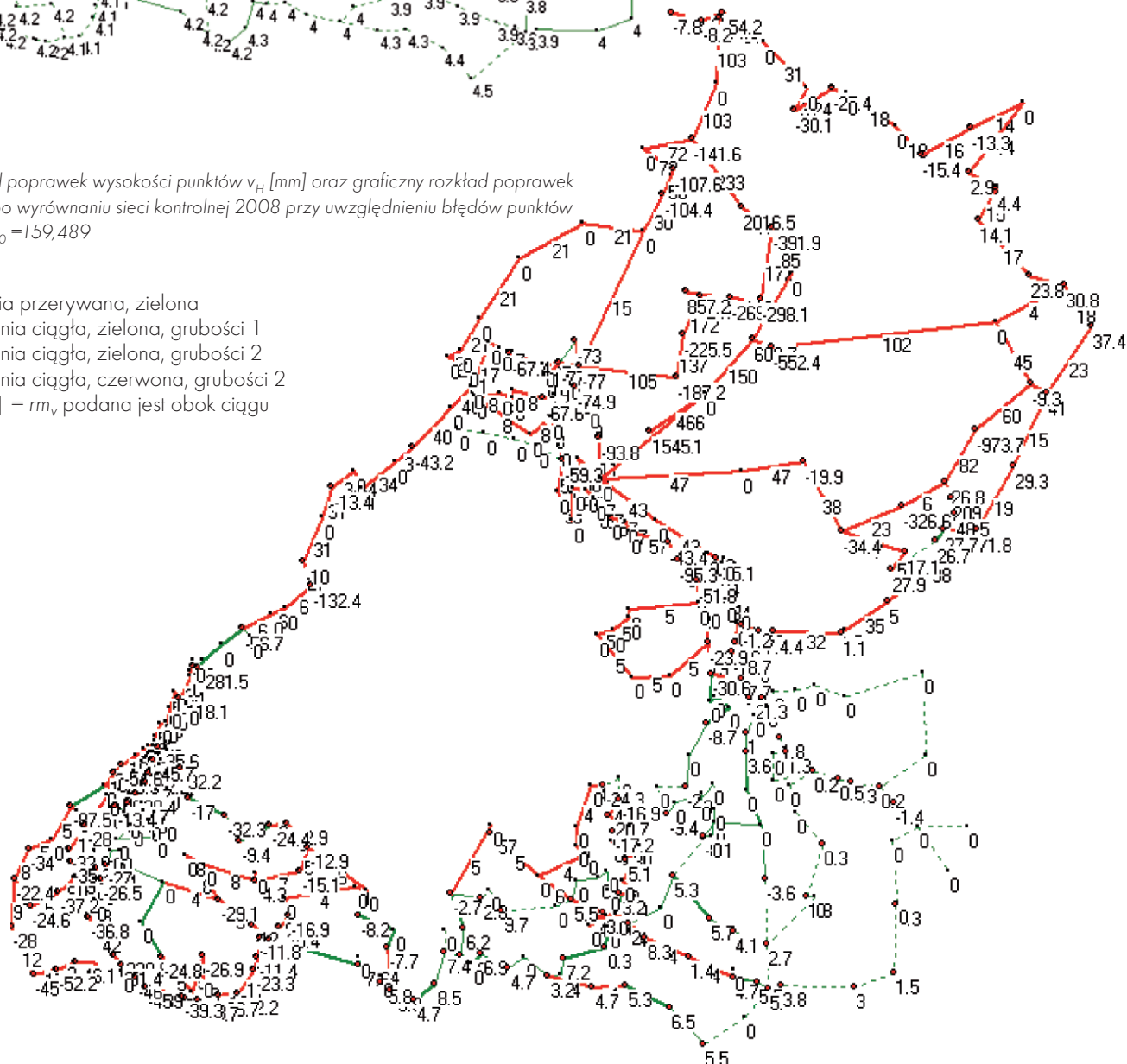
1. Wskaźnik ogólny dopasowania sieci nie jest spełniony: $m_0 = 159,489$.

Rys. 1. Rozkład błędów wysokości punktów m_H [mm] oraz graficzny rozkład poprawek przewyższeń po wyrównaniu niezależnej sieci odniesienia 1996: $m_0=1,016$



Rys. 2. Rozkład poprawek wysokości punktów v_H [mm] oraz graficzny rozkład poprawek przewyższeń po wyrównaniu sieci kontrolnej 2008 przy uwzględnieniu błędów punktów nawiązania: $m_0=159,489$

$|v| \leq m_v$ - linia przerywana, zielona
 $|v| \leq 2m_v$ - linia ciągła, zielona, grubości 1
 $|v| \leq 3m_v$ - linia ciągła, zielona, grubości 2
 $|v| > 3m_v$ - linia ciągła, czerwona, grubości 2
 krotność r: $|v| = rm_v$ podana jest obok ciągu



2. Występują ciągi, które otrzymały poprawki znacznie przekraczające ich błędy średnie $|v| > 3m_v$, krotności $r: |v| = rm_v$, podane są obok ciągów na rys. 2.

3. Punkty przylegające do tych ciągów otrzymały również poprawki v_H przekraczające znacznie ich błędy $|v_H| > 3m_{vH}$, wartości v_H podane są obok punktów na rys. 2.

Wyniki te świadczą o występowaniu przemieszczonych punktów nawiązania. W efekcie osiadania lub wypiętrzenia terenu repery tych punktów nawiązania znajdują się poza granicami potrójnego przedziału błędu średniego $3m_H$ względem położenia z roku 1996 (rys. 3).

• WYRÓWNIANIE SIECI Z DOPASOWANIEM DO PRZYSTAJĄCYCH PUNKTÓW NAWIĄZANIA

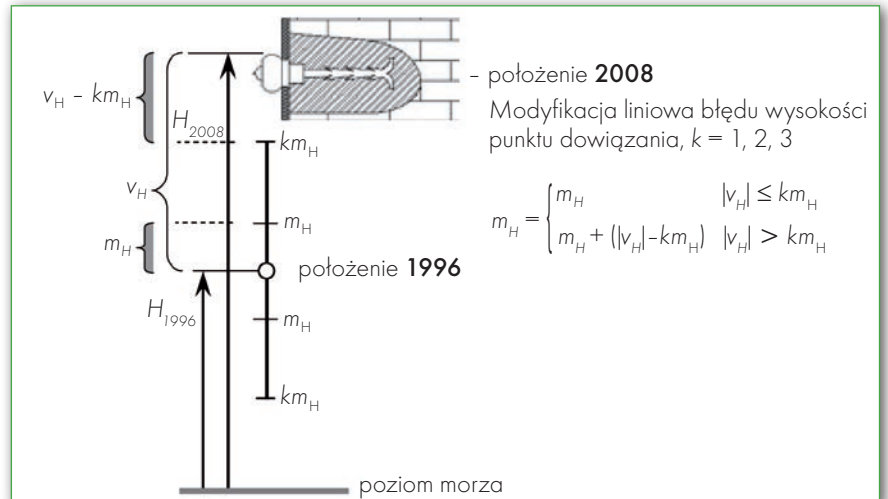
Jeśli występują punkty przemieszczone, sieć w ich otoczeniu doznaje znacznej deformacji (rys. 2). W takim przypadku obliczenia mogą być kontynuowane iteracyjnie, przy czym w każdym kroku następuje zmniejszanie wag p_H wysokości przemieszczonych punktów nawiązania, które otrzymały duże poprawki v_H w poprzednim kroku $p_H \leftarrow p_H f(v_H)$, gdzie $f(v_H)$ jest funkcją tłumienia, np.:

● Hubera:

$$f(v_H) = \begin{cases} 1 & |v_H| \leq a \\ \frac{a}{|v_H|} & |v_H| > a \end{cases}$$

● Hampela:

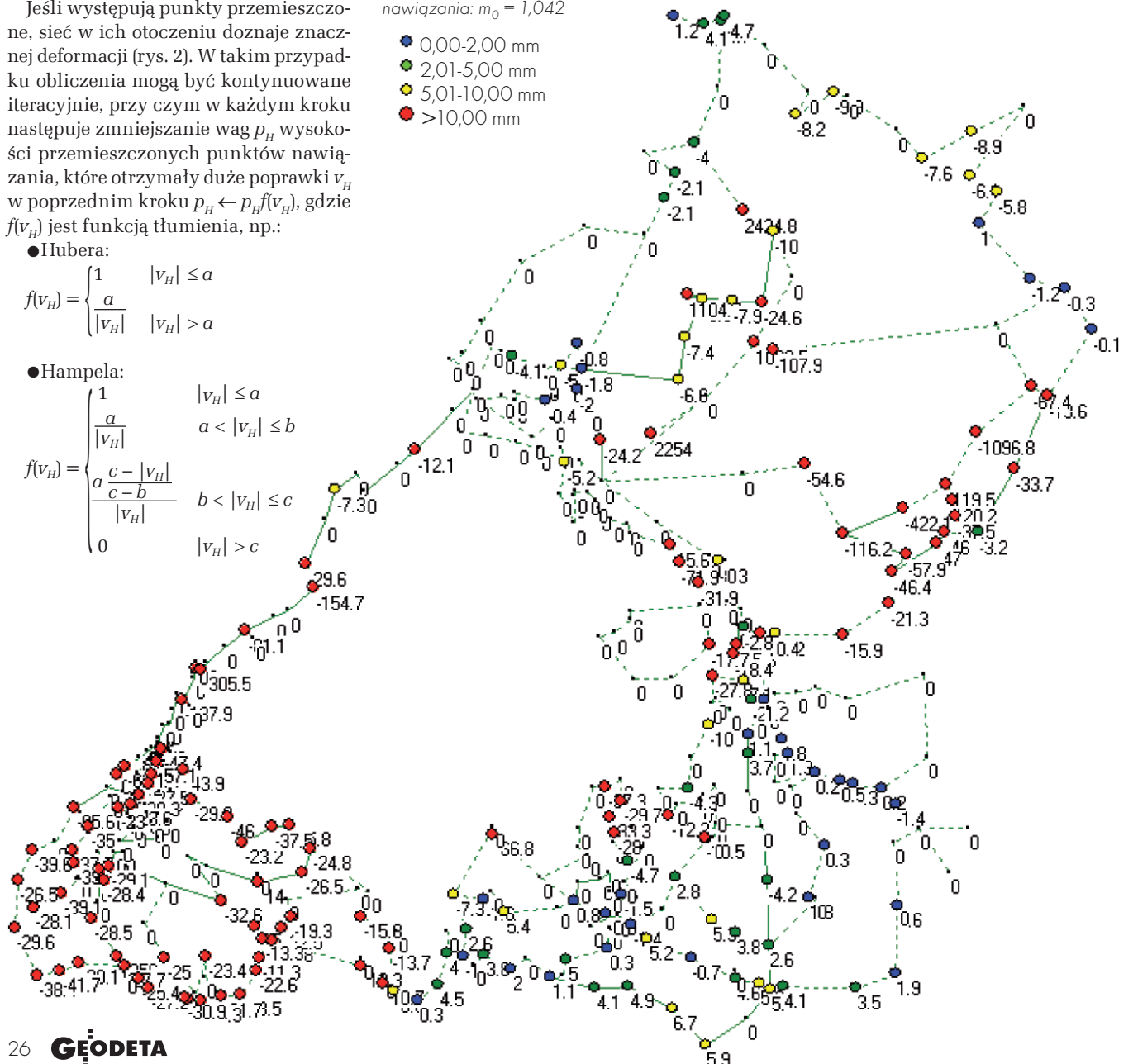
$$f(v_H) = \begin{cases} 1 & |v_H| \leq a \\ \frac{a}{|v_H|} & a < |v_H| \leq b \\ a \frac{c - |v_H|}{c - b} & b < |v_H| \leq c \\ 0 & |v_H| > c \end{cases}$$

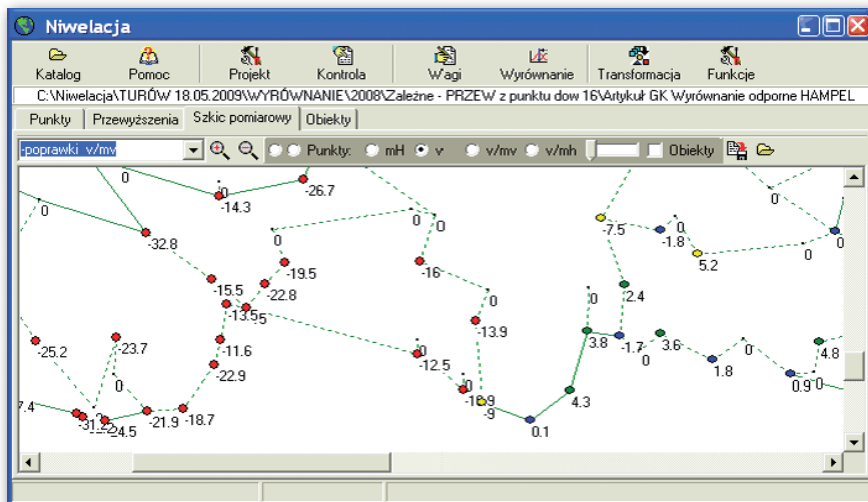


Rys. 3. Przesunięcie pionowe punktu nawiązania i modyfikacja liniowa błędu wysokości

Rys. 4. Rozkład poprawek wysokości punktów v_H [mm] oraz graficzny rozkład poprawek przewyższeń po wyrównaniu sieci kontrolnej 2008 z dopasowaniem do przystających punktów nawiązania: $m_0 = 1,042$

- 0,00-2,00 mm
- 2,01-5,00 mm
- 5,01-10,00 mm
- >10,00 mm





Rys. 5. Program klasycznego i odporne wyrównywania osnów wysokościowych Niwelacja (Osada E., 1991-2009)

●Krausa:

$$f(v_H) = \begin{cases} 1 & |v_H| \leq a \\ \frac{1}{1 + (b|v_H - a|)^c} & |v_H| > a \end{cases}$$

●Gaździckiego:

$$f(v_H) = \begin{cases} 1 & |v_H| < a \\ 1 + \frac{v_H - a}{F(v_H)} \frac{2(1 - P)}{P(b - a)^2} \int_a^b F(v_H) dv_H & a \leq |v_H| \leq b \\ 0 & |v_H| > b \end{cases}$$

gdzie:

a, b, c, d, P – empirycznie dobierane parametry,

P – prawdopodobieństwo, że wartość poprawki v_H nie wynika z błędu grubego znajdującego się w innej obserwacji,

$F(v_H)$ – funkcja gęstości rozkładu normalnego,

$\int_a^b F(v_H) dv_H$ – prawdopodobieństwo przyjęcia przez v_H wartości z przedziału (a, b) .

●wynikającą z liniowej metody modyfikacji błędu wysokości punktu nawiązania m_H [Osada, 2002]:

$$f(v_H) = \begin{cases} 1 & |v_H| \leq km_H \\ \frac{1}{\left(\frac{|v_H|}{m_H} - k\right)^2} & |v_H| > km_H \end{cases}$$

$k = 1, 2, \dots$

Szczegółowy opis metod estymacji odpornej na obserwacje odstające zamieszczony jest między innymi w pracach: [Walter i Pronzato, 1997], [Kamiński, 2002], [Prószyński i Kwaśniak, 2002], [Muszyński, 2007]. Cytowane postacie funkcji tłumienia Hubera, Hampela i Gaździckiego zaczerpnięte są z pra-

cy [Muszyński, 2007] natomiast Krausa – [Borkowski i Józków, 2007].

W rozpatrywanym przykładzie dopasowania sieci przyjęto funkcję tłumienia Hampela. Według Hampela parametry funkcji tłumienia modyfikowane są według zależności $b = 2a, c = 4a$, gdzie a jest założoną wartością. Przy założeniu parametru a równego błędowi punktu nawiązania m_H po kilku iteracjach wyniki wyrównania nie są poprawne (testy $m_0 = 1 \pm 0,1, |v| \leq 3m_v$ nie są spełnione). Dopiero zmniejszenie wartości parametru do $a = m_H/4$ prowadzi do poprawnych wyników. Wyrównana sieć jest jednocześnie dopasowana do przystających punktów dowiązania (rys. 4).

Analogicznie opracowane zostały wspomniane pomiary kontrolne sieci w latach 2000, 2002, 2004, 2006 i 2007. W efekcie wyznaczone zostały punkty stałe sieci odniesienia 1996 w latach 1996-2008 [Sergieieva i Osada, 2009].

●WNIOSKI

Przeprowadzone obliczenia wykazały, że metoda najmniejszych kwadratów – przy zastosowaniu pewnej funkcji tłumienia wykrywanych w procesie iteracyjnym przemieszczonych punktów nawiązania – jest skutecznym narzędziem identyfikacji punktów stałych w okresowych pomiarach kontrolnych sieci do badania przemieszczeń pionowych. Metoda ta polega na iteracyjnym dopasowywaniu wyrównywanej sieci do maksymalnej liczby przystających punktów nawiązania. W efekcie wykrywane są punkty stałe i określone są wartości przemieszczeń pozostałych punktów z pełną analizą dokładności.

Metoda ta może być stosowana do wyrównania osnów nie tylko wysokościowych, ale też poziomych różnych klas [Mazurkiewicz i inni, 2000], [Osada, 2002], [Szczepański, 2004], jak również sieci realizacyjnych [Osada, 2002], [Szczepański, 2004]. W wyniku wyrównania sieć zostaje dopasowana do punktów przystających, wpływ punktów odstających na wyniki wyrównania zostaje zminimalizowany, punkty te zostają wykryte.

Obliczenia mogą być przeprowadzane przy użyciu programów wyrównywania osnów geodezyjnych z wbudowanymi funkcjami estymacji odpornej, na przykład programu *Niwelacja* (rys. 5) przeznaczonego do wyrównywania osnów wysokościowych oraz programu *Tachimetria* (Osada E., 1991-2009) przeznaczonego do wyrównywania osnów poziomych.

MGR INŻ. KATERYNA SERGIEIEVA
(Politechnika Wroclawska, Narodowy Uniwersytet
Górnictwo Dniepropietrowski, Ukraina)
PROF. DR HAB. INŻ. EDWARD OSADA
(Politechnika Wroclawska,
Wydział Geoinżynierii, Górnictwa i Geologii,
Zakład Geodezji i Geoinformatyki)
RECENZENT:
DR HAB. INŻ. WOJCIECH ANIGACZ
(profesor Politechniki Opolskiej)

Literatura

- Borkowski A., Józków G., 2007: Filtracja danych lańicznego skaningu laserowego metodą ruchomych powierzchni wielomianowych - weryfikacja metody, materiały XX Jesiennej Szkoły Geodezji, Polanica Zdrój;
- Kadaj R., 1984: Die Methode „der besten Alternative”: Ein Ausgleichsprinzip für Beobachtungssysteme. ZfV, 6.
- Kadaj R., 2001: Wytyczne techniczne G-1.10. Formuły odwzorowawcze i parametry układów współrzędnych, Główny Geodeta Kraju, GUGiK, Warszawa;
- Kamiński W., 2002: Wybrane sposoby wykrywania obserwacji geodezyjnych obciążonych błędami grubymi, „Przegląd Geodezyjny” nr 4;
- Mazurkiewicz J., Osada E., Szczepański J., Tosza K., 2000: Osnowa geodezyjna mapy numerycznej Wrocławia, Zesz. Nauk. AR Wrocław, Geodezja i UR nr 394;
- Muszyński Z., 2007: Zastosowanie metod estymacji odpornej do identyfikacji obiektów budowlanych na podstawie pomiarów geodezyjnych, Politechnika Wroclawska, Instytut Geotechniki i Hydrotechniki, Raport z serii PRE nr 4;
- Osada E., 2002: Geodezja, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wroclawskiej, wyd. II – rozszerzone, Wrocław;
- Prószyński W., Kwaśniak M., 2002: Niezawodność sieci geodezyjnych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa;
- Sergieieva K., Osada E., 2009: Zastosowanie metody estymacji odpornej do identyfikacji punktów stałych w okresowych sieciach kontrolnych 1996, 1998, 2000, 2002, 2004, 2006, 2007, 2008 do badania przemieszczeń pionowych na obszarze kopalni Turów względem sieci odniesienia 1996, Politechnika Wroclawska, Zakład Geodezji i Geoinformatyki, Raport z serii PRE;
- Szczepański J., 2004: Metoda wyrównania odpornej sieci geodezyjnych na odstające punkty dowiązania, praca doktorska, Akademia Rolnicza we Wrocławiu;
- Walter E., Pronzato L., 1997: Identification of parametric models from experimental data, Springer, Masson.