

Niwelacja klasyczna a wysokości z pomiarów GPS

Adam Łyszkowicz

1. Wstęp

Byłoby niezwykle korzystnie, gdyby wysokości mogłyby być wyznaczane metodami satelitarnymi z pomiarów GPS z taką samą dokładnością jak metodą niwelacji geometrycznej. Powszechnie znana i od lat stosowana metoda niwelacji geometrycznej jak wiadomo jest metodą czasochłonną, a tym samym kosztowną. Dodatkowo metoda ta jest wrażliwa na liczne błędy o charakterze systematycznym i przypadkowym. Natomiast użycie niwelacji GPS do precyzyjnego wyznaczania wysokości jest zagadnieniem nowym, dosyć złożonym i dlatego wymaga bliższego wyjaśnienia. Celem niniejszego artykułu jest opisanie istoty niwelacji GPS, w prosty i przystępny sposób przedstawienie obecnych i przyszłych możliwości stosowania jej w praktyce.

2. Wysokości z niwelacji, wysokości elipsoidalne i odstępów geoidy od elipsoidy

Precyzyjne pomiary GPS są wykonywane metodą różnicową (pomiar przesunięcia fazowego), a wynikami opracowania obserwacji są różnice współrzędnych między punktami. Są to kartezjańskie różnice współrzędnych ΔX , ΔY i ΔZ wyznaczone w układzie GPS opracowanym przez Departament Obrony USA i nazwanym World Geodetic System 1984 (WGS-84). W wymienionym układzie została zdefiniowana również geocentryczna elipsoida ziemską. Wyznaczone różnice współrzędnych ΔX , ΔY i ΔZ mogą być przeliczone na różnice szerokości elipsoidalnej ΔB , długości elipsoidalnej ΔL i wysokości Δh . Tak wyznaczone z obserwacji GPS przyrosty ΔB i ΔL doskonale nadają się do określenia położenia punktów sieci na elipsoidzie geocentrycznej WGS-84 (nie na dowolnej lokalnej elipsoidzie, np. Krasowskiego), podczas gdy obliczone Δh nie ma zbyt dużego praktycznego znaczenia. Wynika to z faktu, że tak uzyskane przewyższenie nie wskazuje, który z punktów jest wyżej, a który niżej, inaczej mówiąc nie informuje nas, w którym kierunku płynie woda. Ta cecha czyni przewyższenia Δh w praktycznych zastosowaniach inżynierskich bezużytecznymi. Wysokości uzyskane z pomiarów GPS są wysokościami geometrycznymi, co oznacza, że odnoszą się do pewnej

wybranej elipsoidy odniesienia. Dlatego też Δh nazywamy różnicą wysokości elipsoidalnych.

Kierunek w którym płynie woda można określić tylko z różnic wysokości (ΔH) uzyskanych z klasycznej niwelacji. Z faktu, że na każdym stanowisku niwelator musi być ponownie spoziomowany, jak i z faktu, że uzyskane wysokości są wysokościami odniesionymi do średniego poziomu morza (geoidy), wynika, że w definicji tego typu wysokości występuje pole siły ciężkości.

Elipsoidalne różnice wysokości Δh mogą być przeliczone na różnicę ΔH , jeśli znamy różnicę odstępów geoidy od elipsoidy ΔN , na podstawie zależności:

$$\Delta h = \Delta H + \Delta N$$

Geometryczne uzasadnienie wzoru zostało przedstawione na rys. 1. Istotnym jest, aby analizując rysunek 1 pamiętać, że:

- zarówno ΔH , jak i ΔN zależą od pola siły ciężkości Ziemi (poprzez geoidę), podczas gdy ich suma (Δh) jest niezależna,
- ΔH i ΔN powinny być odniesione do tej samej poziomej powierzchni,
- ΔN i Δh powinny być odniesione do tej samej elipsoidy.

Nasz pierwszy wniosek jest następujący: różnice wysokości Δh uzyskane z pomiarów GPS w połączeniu z różnicami odstępów geoidy od elipsoidy ΔN dają wysokości pseudo niwelacyjne. Taką metodę uzyskiwania wysokości będziemy nazywać niwelacją za pomocą GPS albo krótko – niwelacją GPS.

W następnych paragrafach zostanie pokazane, gdzie i w jakim zakresie przedstawiona metoda może być stosowana w praktyce.

3. Dokładność niwelacji geometrycznej i różnicowych pomiarów GPS

Aby niwelacja GPS była konkurencyjna w stosunku do klasycznej niwelacji precyzyjnej, musi osiągnąć tę samą względ-

na dokładność. Oczywiście nie wszystkie prace wymagają tak dokładnych pomiarów wysokościowych.

Błąd średni w niwelacji klasycznej jest pojęciem dosyć złożonym, a typowymi wartościami są: 10 mm $\times \sqrt{km}$ dla celów inżynierskich i 1,0 mm $\times \sqrt{km}$ dla sieci niwelacji precyzyjnej pierwszej klasy (Instrukcja, 1988). Do dalszych analiz dokładnościowych przyjęto długość linii niwelacyjnych od 1 km do 100 km. Odpowiednie błędy średnie dla tych odległości podano w tabeli 1.

Tab. 1 Błędy średnie niwelacji precyzyjnej i różnicowych pomiarów GPS (w mm)

	1 km	10 km	50 km	100 km
niwelacja (1 mm $\times \sqrt{km}$)	1	3	7	10
niwelacja (10 mm $\times \sqrt{km}$)	10	32	71	100
niw. GPS (15 $\times 10^{-6} d$)	15	150	750	1500
niw. GPS (0,3 $\times 10^{-6} d$)	0,3	3	15	30

Obecnie zasadniczymi ograniczeniami w uzyskaniu wysokich dokładności z pomiarów GPS są:

- niekorzystna geometria satelitów,
- błędy spowodowane przez jonosferę i troposferę,
- błędy orbitalne.

W inżynierskich zastosowaniach dokładność wyznaczenia Δh z pomiarów GPS szacuje się na $(5-15) \times 10^{-6} \times d$, gdzie d jest odległością między punktami. W precyzyjnych pomiarach GPS osiągana jest dokładność $(0,1-0,3) \times 10^{-6} \times d$. W pierwszym przypadku zakładamy użycie odbiornika z jedną częstotliwo-

ścią i standardowego opracowania obserwacji. W drugim przypadku należy użyć odbiornika wyposażonego w dwie częstotliwości, przy opracowaniu wyników należy uwzględnić wpływ troposfery i jonosfery, jak również przeprowadzić precyzyjne wyznaczenie orbit satelitów. Wiadomo również, że dokładność wyznaczenia wysokości elipsoidalnej jest około trzech razy mniejsza niż dokładność obliczenia składowych poziomych. Podsumowaniem niniejszych spostrzeżeń jest tabela 1.

Zasadnicza różnica między klasyczną niwelacją a metodą GPS jest następująca: dokładność pomiarów GPS zmniejsza się w sposób liniowy wraz ze wzrostem odległości, podczas gdy dokładność niwelacji zmniejsza się zgodnie z pierwiastkiem kwadratowym odległości. Tak więc obecnie dokładność GPS zawiera się pomiędzy dokładnością niwelacji precyzyjnej a dokładnością niwelacji dla celów inżynierskich. Wynika z tego, że obecnie metoda niwelacji GPS nie może konkurować z klasyczną niwelacją precyzyjną.

Pozostaje jeszcze odpowiedzieć na ostatnie pytanie, jakiego rzędu błędy są wprowadzane do niwelacji GPS poprzez geoidę. Na zagadnieniu, z jaką dokładnością możemy obecnie wyznaczyć różnicę odstępów geoidy od elipsoidy, skoncentrujemy się w następnym paragrafie.

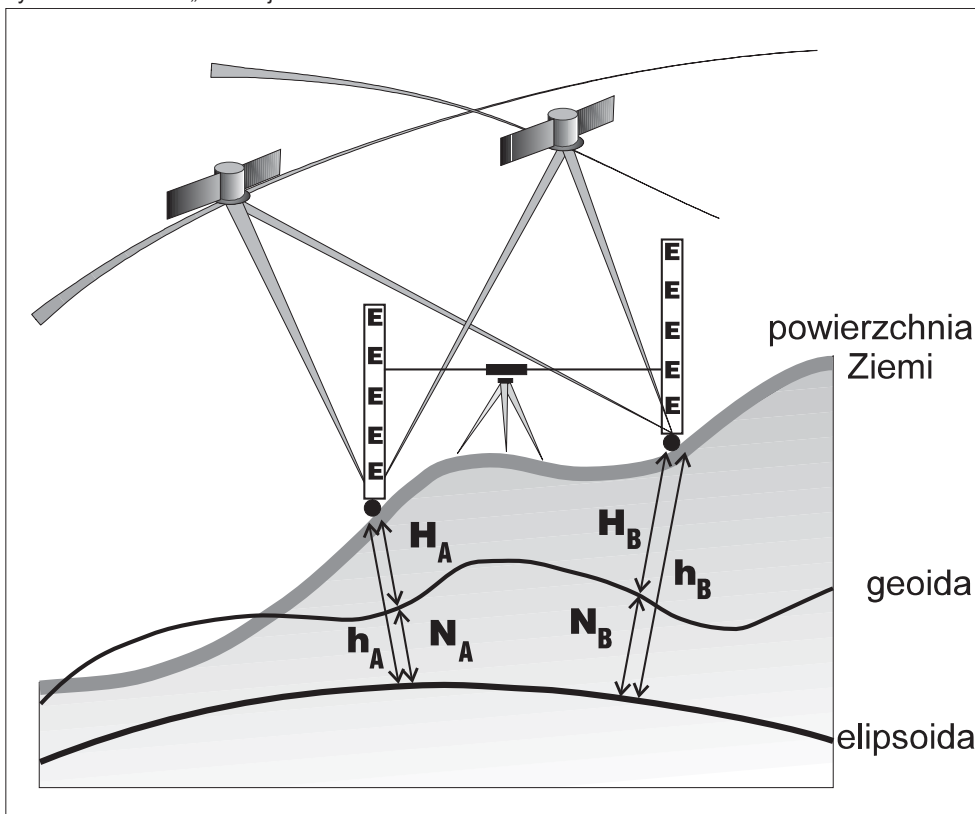
4. Geoida, metody jej badania i uzyskiwane dokładności

Geoida jak wiadomo jest powierzchnią poziomą (ekwipotentcjalną), która z dokładnością kilku decymetrów pokrywa się ze średnim poziomem mórz i oceanów i może być określona z trzech głównych źródeł danych, a mianowicie:

- z analizy orbit sztucznych satelitów Ziemi,
- z pomiarów grawimetrycznych wykonanych na powierzchni Ziemi (brak danych ze znacznych obszarów),
- z danych altymetrycznych (pomiar odległości od satelity do powierzchni morza).

Obecnie jest tylko kilka ośrodków w Europie i w USA, które łącznie opracowują wszystkie trzy typy danych i publikują globalne modele pola siły ciężkości lub geoidy. W praktyce dosyć często są używane modele opracowane na uniwersytecie w Ohio (Ohio State University), które popularnie są zwane modelami OSU. Modele te są opisane za pomocą szeregów harmonik sferycznych i umożliwiają obliczenie odstepu geoidy od elipsoidy w dowolnym punkcie na kuli ziemskiej. Rozdzielczość takich modeli jest nie mniejsza niż 55 km.

Rysunek 1. Zasada „niwelacji GPS”



Odstępy geoidy są wyznaczane względem geocentrycznej elipsoidy o nazwie WGS-84 i zmieniają się od -100 m w południowej części Indii do +65 m w pobliżu Islandii. Błąd średni tak wyznaczonego odstępu geoidy od elipsoidy jest w przybliżeniu rzędu ± 50 cm. Oczywiście na obszarach o małej liczbie pomiarów grawimetrycznych, takich jak Azja i część Ameryki Południowej, dokładność geoidy jest znacznie gorsza. Natomiast na obszarach o znacznej liczbie danych grawimetrycznych, takich jak Ameryka Północna, Europa i Australia, dokładność geoidy jest nieco lepsza.

Ta niezbyt wysoka dokładność wyznaczenia geoidy może budzić wątpliwości, czy niwelacja GPS jest w ogóle możliwa. Należy jednak pamiętać, że w celu wyznaczenia wysokości nie jest istotny bezwzględny błąd wyznaczenia odstępu geoidy od elipsoidy, lecz istotny jest błąd różnicy odstępów ΔN . Wiadomo, że wariancja $\sigma^2(A - B)$ wyznaczenia różnicy odstępów geoidy od elipsoidy między punktami A i B jest równa:

$$\sigma^2(A - B) = \sigma^2(A) - 2\text{cov}(A, B) + \sigma^2(B) \approx 2[\sigma^2(A) - \text{cov}(A, B)]$$

gdzie $\sigma^2(A)$, $\sigma^2(B)$ są wariancjami wyznaczenia odstępów geoidy w punktach A i B, a $\text{cov}(A, B)$ jest kowariancją pomiędzy dwoma punktami. Ponieważ geoida jest powierzchnią wygładzoną, zdominowaną przez czynniki o charakterze długofalowym, dlatego też korelacja między dwoma sąsiednimi punktami jest zazwyczaj wysoka, rzędu wariancji, i wówczas wyrażenie $\sigma^2(A - B)$ staje się małe. Obecnie rozważymy kilka szczególnie interesujących przypadków.

Przypadek A, nie dysponujemy żadną geoidą. Dla praktyków najbardziej frapujące jest zapewne pytanie, w jakich sytuacjach (pracach) można zaniedbać geoidę i zastąpić wysokości niwelacyjne bezpośrednio wysokościami uzyskanymi z GPS. W tabeli 2 podano błędy spowodowane nieuwzględnieniem geoidy dla różnych odległości linii niwelacyjnych. Podane wartości liczbowe powinny być przemnożone przez współczynnik 2 lub nawet 3 dla obszarów górskich i podzielone przez ten sam współczynnik w przypadku obszarów równinnych. Okazuje się, że w przypadku linii niwelacyjnych krótszych od 1 km błąd z tytułu zaniedbania geoidy jest rzędu 2 cm. W przypadku linii o długości 10 km błąd ten przekracza dopuszczalne granice tolerancji.

Przypadek B, wykorzystanie modelu OSU do obliczenia geoidy. Przyjmujemy, że dysponujemy jednym z modeli OSU (stopnia i rzędu 360) i że model ten jest tak skonstruowany, że błąd geoidy wynika tylko z braku wyższych harmonik (części krótkofalowej) w tym modelu. Jak wiadomo, rozdzielczość takiego modelu jest rzędu 55 km. Wartości liczbowe podane w tabeli 2 pokazują, że nawet w przypadku wyidealizowanych założeń, przy odległościach od 5 do 100 km błąd wyznaczenia ΔN wzrasta od około 10 cm do 30 cm.

Przypadek C, dysponujemy dokładną geoidą. W Ameryce Północnej, Europie i Australii istnieją setki tysięcy pomiarów grawimetrycznych, które mogą być użyte do wyznaczenia przebiegu geoidy. Zazwyczaj z punktowych danych grawimetrycznych liczy się średnie anomalie grawimetryczne, w Europie zazwyczaj w blokach o wymiarach $5' \times 5'$. Przyjmijmy założenie, że dane te są bezbłędne. Tak więc obecnie dokładna geoida dla danego obszaru jest wyznaczana z łącznego opraco-

wania średnich anomalii grawimetrycznych i modelu (OSU) pola siły ciężkości. W tym przypadku błędy geoidy wynikają z zaniedbania informacji z obszarów o wymiarach mniejszych niż $5' \times 5'$, a liczbowe wartości tych błędów są podane w ostatnim wierszu tabeli 2.

Tab. 2 Błędy wyznaczania różnic odstępów geoidy w cm (Rummel, 1992)

	0,5 km	1 km	5 km	10 km	50 km	100 km
Przypadek A Brak geoidy	1,6	3,2	15,8	30,8	134,0	244,0
Przypadek B model OSU	0,9	1,8	8,6	15,6	35,5	30,5
Przypadek C Precyzyjna geoida	0,2	0,4	1,2	1,2	1,3	1,3

Z zawartych tam liczb wynika, że błąd z tytułu geoidy został zmniejszony do prawie 1 cm dla całego rozważanego przedziału linii niwelacyjnych (od 0,5 km do 100 km). **Oczywiście przypadek ten jest znacznie uproszczony, a podane dokładności obecnie trudno osiągnąć w praktyce.** Wynika to z faktu, że znaczna liczba błędów wpływających na dokładność geoidy nie była rozważona w niniejszym paragrafie. Dlatego też przytoczone tu liczby należy traktować jako granicę, której przekroczenie nie jest obecnie możliwe.

5. Wnioski

Niwelacja GPS byłaby niezmiernie pożądana, głównie z powodu niskich kosztów i możliwości wykonywania pomiarów w każdych warunkach. Obecnie w samej tylko satelitarnej metodzie GPS znaczny wysiłek badawczy jest skierowany (refrakcja, błędy orbity) na uzyskanie wyższych dokładności – zbliżonych do dokładności niwelacji precyzyjnej.

Również wiele jest do zrobienia w dziedzinie badania przebiegu geoidy. Tylko dla odległości rzędu 1 km można wyznaczyć geoidę z dokładnością na poziomie 1 cm. Można stwierdzić, że przy odległościach od 50 km do 500 km obecnie dostępne modele geoidy łącznie z pomiarami GPS pozwalają wyznaczyć wysokości niwelacyjne z dokładnością od 10 cm do 30 cm. W rejonach równinnych dokładność wyznaczenia wysokości niwelacyjnej jest nieco lepsza. Taka dokładność może wystarczyć do rozwiązania wielu zagadnień praktycznych, ale jest wciąż za niska, aby konkurować z niwelacją precyzyjną.

Autor jest doktorem habilitowanym, pracuje w Centrum Badań Kosmicznych Polskiej Akademii Nauk.

Literatura

- Instrukcja Techniczna G-2, 1988, Wysokościowa основа geodezyjna, Wydanie czwarte, Warszawa
- Melvin P. J., 1988, Images of the Geopotential, Naval Research Laboratory, Report 9155
- Rummel R., 1992, Heights and the Role of the Geoid, Geodetical Info, vol. 6, No. 8