

Wykorzystanie pionowego gradientu ziemskiej siły ciężkości
w niektórych zagadnieniach geodezyjnych, cz. I

W pomiarach siły ciężkości i wysokości

MARCIN BARLIK

W poniższych rozważaniach przedstawiono w skrócie możliwość zastosowania zaobserwowanych szybkości pionowych zmian ciężkości ziemskiej do rozwiązywania problemów związanych z opracowaniem elementów geodezyjnych.

Oczywiste jest, że przez pionowy gradient przyspieszenia rozumie się ubytek natężenia pola ciężkości przy wzniesieniu się o 1 m nad powierzchnię Ziemi. Wykorzystanie wartości pionowego gradientu ciężkości ziemskiej G jest szerzej znane w geofizyce poszukiwawczej, w rozpoznawaniu płytkich struktur anomalnych pod względem gęstości, zalegających w skorupie Ziemi. W geodezji fizycznej zaobserwowana szybkość zmian przyspieszenia ziemskiego w kierunku pionowym służy do rozwiązania zadania redukcji obserwacji na powierzchnię odniesienia, do wyznaczania systemowych poprawek niwelacyjnych (Barlik i inni, 1999) i konstrukcji warunku granicznego geodezji fizycznej w celu określenia odstepu geoidy od elipsoidy ziemskiej.

Obecnie do pomiaru gradientu wykorzystuje się precyzyjne grawimetry, których dokładność nominalna pomiaru różnicy przyspieszenia zbliża się do mikrogala ($1 \mu\text{Gal} = 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$). Stosując zatem instrumenty LaCoste & Romberg i Scintrex Autograv CG-3, można określać G z błędem nie większym niż 10 Etweszy ($1 \text{ E} = 10^{-9} \cdot \text{s}^{-2}$). Ponadto skonstruowano precyzyjne gradientometry pionowe zarówno statyczne, jak i dynamiczne – satelitarne i lotnicze.

Wartość pionowego gradientu przyspieszenia siły ciężkości wyznaczona zostaje przez pomiar składowych wchodzących do ilorazu różnicy przyspieszenia Δg na pionowym odcinku Δh , zwykle o długości ok. 1 m, czyli

$$G = \frac{\Delta g}{\Delta h}.$$

Zdawać sobie należy sprawę, że wartość ta może znacznie odbiegać od normalnej Γ , obliczonej w myśl formuły właściwej dla stosowanej powierzchni odniesienia prac grawimetrycznych – odpowiedniej elipsoidy ziemskiej (Barlik, 1991). Na obszarze

Polski wartość Γ (w systemie globalnym GRS '80) mieści się w granicach od $-3,0854$ do $-3,0847 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^{-1}$. Dla ogólnej orientacji podajmy, że w okolicach Grybowa, gdzie znajduje się geodezyjne pole testowe Politechniki Warszawskiej, na stanowiskach wyznaczeń gradientometrycznych wartość G zawarta jest w granicach od $-4,048$ do $-2,212 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^{-1}$, czyli od -4048 do -2212 Etweszy. Pod Warszawą, na terenie Obserwatorium Astronomiczno-Geodezyjnego Instytutu Geodezji Wyższej i Astronomii Geodezyjnej PW, wartości gradientu pionowego mieszczą się w przedziale od -2719 do -3181 Etweszy. Zatem anomalie pionowego gradientu ΔG , czyli różnice wartości pomierzonej i normalnej, znacznie przewyższają błąd określenia tej wielkości. Jak można się zorientować, stosowanie wartości normalnej Γ zamiast rzeczywistej w zagadnieniach objętych tematem niniejszej rozprawy wprowadza spore błędy do określanych elementów geodezyjnych.

● Pionowy gradient przyspieszenia ziemskiego w opracowaniu pomiarów przyciągania

Grawimetry do obserwacji absolutnych i względnych skonstruowane są w taki sposób, że ich system pomiarowy (wyrzutnia ciężaru w aparacie balistycznym lub układ sprężyn w grawimetrze statycznym) definiuje rezultat pomiaru na pewnej wysokości nad znakiem grawimetrycznym. W przypadku aparatu balistycznego miejsce to, czyli wierzchołek toru, może osiągać wysokość nawet 1 m. Czujnik grawimetru statycznego przy pomiarach sieci podstawowych i wzorcowych, jak *Unification of Gravity Systems in Central and Eastern Europe* (UNIGRACE), w Europie Środkowej odnosi wartość ciężkości na wysokości ok. 25 cm nad stanowiskiem. W grawimetrycznych pomiarach poszukiwawczych czy przy zaopatrywaniu reperów niwelacyjnych w poprawki grawimetryczne, jest to znacznie więcej.

W wypadku redukcji grawimetrycznych pomiarów bezwzględnych aparatami balistycznymi (a takich stanowisk jest na terenie Polski kilkanaście) stosuje się procedurę określania g w myśl równania kwadratowego, czyli:

$$g(h) = c_0 + c_1 h + c_2 h^2,$$

a zatem gradient pionowy przyspieszenia określony zostaje w myśl formuły:

$$G(h) = \frac{dg(h)}{dh} = c_1 + 2c_2 h.$$

Zgodnie z zaleceniami międzynarodowymi (Robertsson i inni, 1998) pomiary wartości gradientu wykonuje się grawimetrem statycznym nad stanowiskiem aparatu balistycznego na trzech wysokościach, a to 0,05, 0,9 i 1,3 m. Standard taki obowiązuje także na stacjach międzynarodowej sieci podstawowych stanowisk wyznaczeń absolutnych – *International Absolute Gravity Basestation Network* (IAGBN), gdzie monitoruje się wartość przyspieszenia metodą balistyczną. Kampaniom komparacyjnym grawimetrów absolutnych, organizowanym średnio co cztery lata w Międzynarodowym Biurze Miar i Wag w Sévres pod Paryżem, towarzyszą precyzyjne wyznaczenia wartości G . Wykazały one, że wartość gradientu nad sześcioma słupami w laboratorium Biura wahała się w granicach od -3020 do -2483 Etweszy na wysokości 0,9 m, a na wysokości 1,3 m – w granicach od -2456 do -2951 Etweszy. O tym, że sprawa jest niebagatelna, przekonują nas wartości redukcji rezultatów pomiarów do punktów odniesienia ze względu na występowanie zmian przyspieszenia wraz ze zmianą wysokości. W kampanii z 1997 r. osiągały one wartości od -158 μGal do +122 μGal w zależności od typu i egzemplarza instrumentu. W Sévres umowna redukcja przyspieszenia następowała do wzniesienia 0,9 m nad górną powierzchnią słupa. Polski absolutny aparat balistyczny, skonstruowany na Politechnice Warszawskiej przez Zbigniewa Ząbka (Ząbek, 1994, 1996), podaje wartość przyspieszenia na wysokości ok. 0,354 m nad poziomem znaku grawimetrycznego.

Przeprowadzone przy współudziale autora eksperymenty (Pachuta i inni, 1998) na północnej części krajowej bazy grawimetrycznej (od Warszawy po Elbląg), wykazały, że wartości gradientu pionowego zawierały się w granicach od -0,2970 do -0,3115 mGal/m. Poprawki różnic przyspieszenia na przesłach bazowych ze względu na wzniesienie systemu mierzącego wynikające z rozbieżności normalnego i zaobserwowanego gradientu osiągały wartości od -5,2 do +7,7 μGal . Tym samym kalibracja grawimetrów, czyli uzyskanie współczynników k_1 i k_2 przeliczenia odczytów grawimetru n na wartość tzw. referencyjnej ciężkości w myśl równania skali instrumentu:

$$g_{ref} = g_0 + k_1 \cdot n + k_2 \cdot n^2$$

lub prościej, w przypadku liniowej skali, do wyznaczenia przyrostu przyspieszenia:

$$\Delta g = k_1 \cdot \Delta n,$$

doprowadzić może do błędów względnych większych niż $10^4 \cdot k$, uznawanych przez przepisy pomiarowe G 1.2. „Pomiary grawimetryczne i ich opracowanie” za błąd dopuszczalny.

Zespół z Politechniki Warszawskiej opracował odpowiednie procedury postępowania i specjalistyczny program GRAWGRAD na komputer polowy Psion Organiser LZ64 w celu zautomatyzowania grawimetrycznych pomiarów kalibracyjnych wykonywanych różnymi instrumentami z niezbędnym uwzględnieniem anomalii pionowego gradientu przyspieszenia. Redukcję do znaku pomiarowego wykonuje się przez wprowadzenie zaobserwowanej wartości gradientu, czyli

$$R(G) = -G \cdot \Delta H,$$

przy czym ΔH oznacza wzniesienie (obniżenie) systemu mierzącego grawimetru statycznego nad (pod) znakiem pomiarowym (marką na słupie, reperem itd.).

● Pionowy gradient przyspieszenia w systemach niwelacji

O problemie wprowadzania systemowych poprawek grawimetrycznych do wyników niwelacji geometrycznej była już w GEODECIE mowa (Barlik i inni, 1999). Przypomnijmy w tym miejscu, że pionowy gradient przyspieszenia tzw. wolnopoziomy, czyli wyznaczony nad powierzchnią Ziemi bez uwzględnienia mas topograficznych, jest niezbędny do określenia przeciętnej przyspieszenia na drodze od geoidy do reperu. W obliczeniach następuje redukcja przyspieszenia do połowy wysokości punktu nad poziomem odniesienia (np. poziomem morza). Do dalszej analizy wybierzmy, z wielu omówionych poprzednio, niwelacyjną poprawkę ortometryczną. Do jej określenia niezbędne staje się wyznaczenie gradientu pionowego przyspieszenia w polu siły ciężkości, niestety, często zastępowanego wartością gradientu normalnego. Powołamy się

TerMap

pierwszy graficzny rejestrator polowy

rejestrator + mapa + obliczenia w kieszeni

Umożliwia:

- rejestrację danych z totalstation
- wizualizację pomiarów na tle mapy lub rastra
- tworzenie rysunku mapy w czasie pomiaru
- obliczenia kontrolne i pomiarowe w terenie

Zastępuje szkicownik, rozszerza możliwości totalstation, umożliwia niestandardowe pomiary i obliczenia, pozwala na kontrolę pomiarów natychmiast po ich wykonaniu.

cena zestawu: 2900 + VAT



Mapternet Sp z o.o.
ul. Biała 3, 00-895 Warszawa, tel/fax (0-22) 654 54 47, 620 90 11 wew. 146



TerMap oferujemy na kieszkowym komputerze dużej mocy Compaq Aero 1550

dalej na analizę zagadnienia określenia dokładności anomalii grawimetrycznych w opracowaniu wyników niwelacji precyzyjnej (Bokun, 1958). W pozycji tej wykazano, że dla uzyskania błędu średniego poprawki niwelacyjnej nie większego niż 0,1 mm, przy przewyższeniu w granicach do 80 m między reperami, niezbędne jest określenie anomalii grawimetrycznej z błędem nie większym niż $1,1 \text{ mGal} = 1,1 \cdot 10^{-5} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$. Anomalia wolnopoietrzna to:

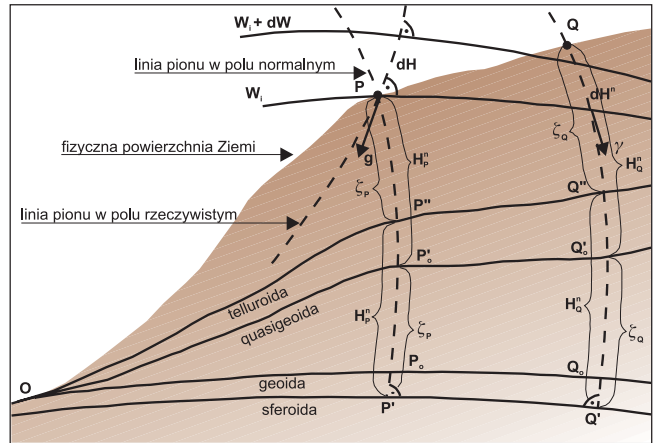
$$Ag_{wp} = g + Rg_{wp} - \gamma_0,$$

gdzie pomierzoną wartość przyspieszenia g uzupełnia się redukcją grawimetryczną wolnopoietrzną Rg_{wp} i zestawia z wartością normalną przyspieszenia ziemskiego γ_0 , określaną wzorem wynikającym z teorii pola normalnego siły ciężkości (Barlik, 1991). Więcej wiadomości związanych z tym problemem Czytelnik znajdzie również w podręczniku Kazimierza Czarnieckiego (Czarniecki, 1997). Interesujący nas gradient pionowy ciężkości występuje w redukcji na drodze H_{red} od punktu grawimetrycznego do poziomu odniesienia (np. geoidy), gdyż

$$Rg_{wp} = - \frac{\partial g}{\partial h} H_{red}.$$

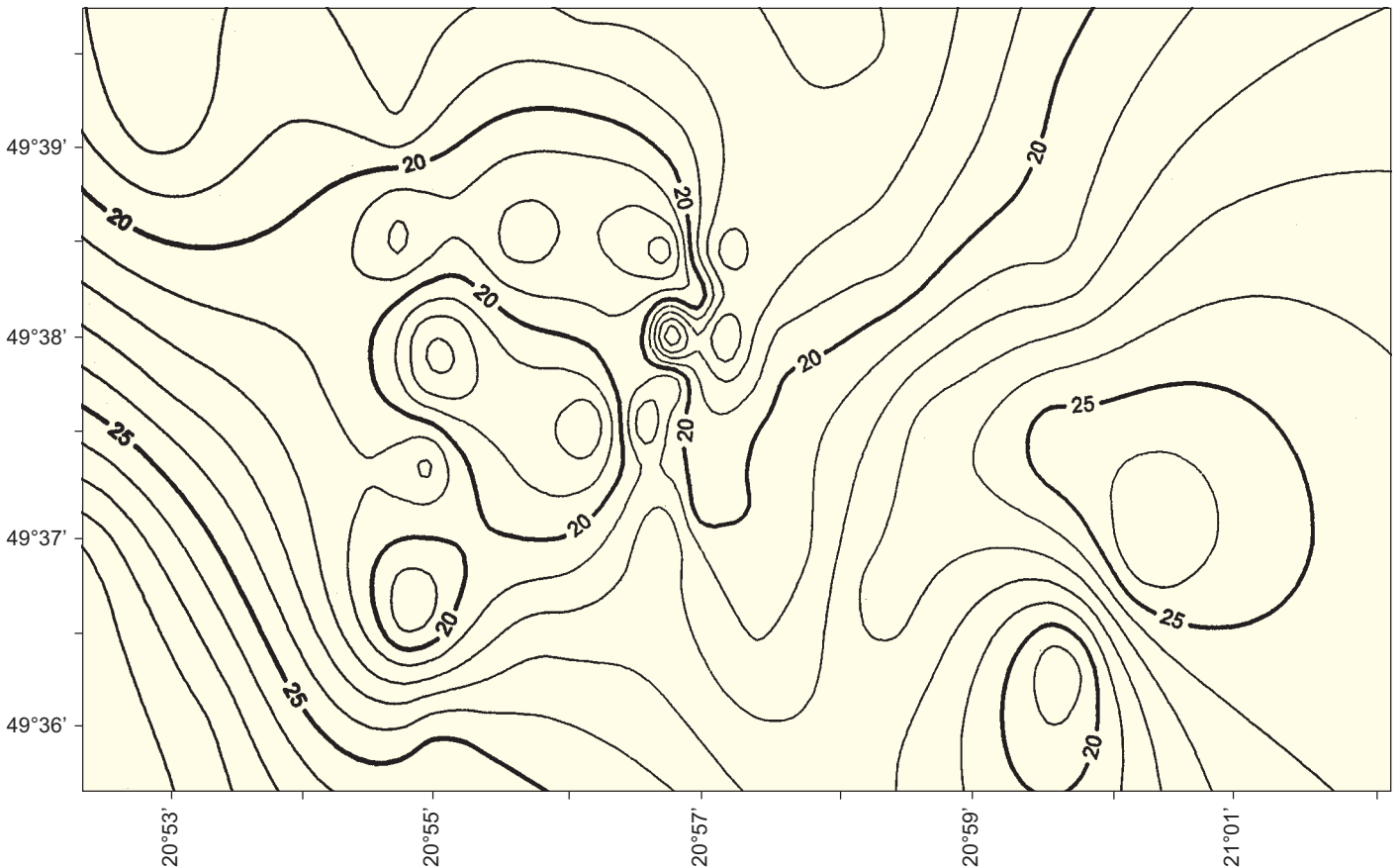
Przypisując temu składnikowi dopuszczalny błąd 0,1 mGal, wnoszony do błędów anomalii, określimy dopuszczalny błąd gradientu w wypadku redukcji grawimetrycznej przy wyznaczaniu systemowej poprawki niwelacyjnej, a mianowicie:

$$m_G = \frac{m_{Rg}}{H_{red}} = \frac{0,1[\text{mGal}]}{H_{red}[\text{m}]}.$$



Rys. 1. Przedstawienie zależności przyrostu wysokości normalnej i przyspieszenia wzdłuż odcinka niwelacyjnego

Błądność gradientu to, oprócz błędów pomiaru tego parametru, przede wszystkim jego anomalia ΔG . Łatwo dowiedzieć, że dla wysokości redukcji 100 m dopuszczalny błąd anomalii ΔG może wynieść 10 Etweszy. W terenie podgórskim punkt o wysokości 500 m wymaga znajomości gradientu pionowego z błędem nie większym niż 2 Etwesze, by błąd poprawki systemowej nie przekroczył 0,1 mm. Zdajemy sobie w tej chwili sprawę, że do wystarczająco dokładnego określenia poprawek niwelacyjnych ze względu na istnienie pola siły ciężkości wymagany jest bezpośredni pomiar pionowego gradientu przyspieszenia ziemskiej siły ciężkości, a nie zastosowanie jego wartości normalnej.



Rys. 2. Izolinie wpływu anomalii gradientu pionowego na odstęp geoidy i quasi-geoidy w okolicach Grybowa (podane w milimetrach)

W systemie wysokości normalnych (Barlik i inni, 1999) taka operacja jest zbędna, gdyż określenie poprawki normalnej opiera się na przyjęciu normalnego, sferoidalnego rozkładu pola siły ciężkości między elipsoidą poziomą a powierzchnią Ziemi.

● Pionowy gradient przyspieszenia w wyznaczeniu rozbieżności w przebiegu geoidy względem quasi-geoidy

Z poruszoną w poprzednim rozdziale kwestią uzupełnienia wyników prac niwelacyjnych wartościami pionowego gradientu przyspieszenia ziemskiego wiąże się ściśle kwestia rozróżnienia położenia powierzchni odniesienia w systemach wysokości – ortometrycznych i normalnych. Wywody teoretyczne prowadzące do wyznaczenia różnicy odstepu geoidy od elipsoidy ziemskiej N i wzniesienia quasi-geoidy Mołodińskiego ζ nad elipsoidą (inaczej anomalii wysokości) znaleźć można w literaturze (Sjöberg, 1995), (Barlik, 1997a i 2000a). Nie wnikając zatem w kolejne etapy wyprowadzenia wzorów, zauważamy, że rozpatrywana różnica jest równa różnicy wysokości reperu w systemie ortometrycznym i w systemie normalnym (pomijając odchylenia pionu), a zatem jest funkcją przeciętnych wartości przyspieszenia ziemskiego w polu rzeczywistym i w polu normalnym na drogach od powierzchni odniesienia do powierzchni Ziemi, czyli:

$$N - \zeta = \frac{g - \gamma}{\gamma} H.$$

Wstawienie do tego wzoru odpowiednich formuł na wartości przeciętne prowadzi, po kilku przekształceniach, do wyraźnego związku z pionowym gradientem przyspieszenia w miejscu określania odległości geoidy od quasi-geoidy, a mianowicie:

$$N - \zeta = -\frac{H^2}{2\gamma} \left(\frac{\partial A g_{wp}}{\partial h} \right) + \frac{H}{\gamma} A g_B,$$

gdzie drugi składnik wyraża wpływ anomalii grawimetrycznej Bouguera. Anomalia ta zdefiniowana jest przez równanie:

$$A g_B = g - 2\pi k \sigma H + \frac{\partial g}{\partial h} H - \gamma_0,$$

gdzie k oznacza stałą grawitacji Newtona, σ to gęstość utworów podpowierzchniowych i występuje również pionowy gradient przyspieszenia siły ciężkości.

Skupmy uwagę na pierwszym składniku prawej strony omawianej różnicy wzniesień geoidy i quasi-geoidy. Mieszczący się tam pionowy gradient anomalii wolnopoziomowej można przedstawić następująco:

$$\frac{\partial A g_{wp}}{\partial h} = G_P - \Gamma_Q,$$

a więc jako anomalię pionowego gradientu. Gradient pionowy siły ciężkości G_P określany jest na stanowisku na powierzchni Ziemi, normalny Γ_Q – w punkcie Q leżącym na wysokości normalnej nad elipsoidą poziomą. Nie jest on identyczny z punktem P , bo wysokość normalną odkładamy od elipsoidy, nie od geoidy, i po normalnej, a nie rzeczywistej linii pionu. Powołując się na rys. 1 (opublikowany w pozycji Barlik i inni, 1999), powiemy, że punkt P dzieli od punktu Q anomalia wysokości, czyli odstep telluroidy od powierzchni Ziemi.

Ilustracją wywodów jest rys. 2, na którym przedstawiono izolinie wpływu anomalii gradientu pionowego na odstep $N - \zeta$ w okolicach Grybowa pod Nowym Sączem, gdzie zlokalizowane jest geodezyjne pole testowe Politechniki Warszawskiej. Punkt PW10 leży w bezpośrednim sąsiedztwie Ośrodka Szkoleniowego PW. W tym podgórskim terenie wysokości n.p.m. zawierają się w granicach od ok. 300 m do ok. 700 m. Zauważmy, że wkład anomalii gradientu sięga 15 mm, zatem jest nie do pominięcia w czasie badania tzw. geoidy subcentymetrowej. Pod Warszawą wkład anomalii gradientu pionowego do wzniesienia geoidy nad quasi-geoidą jest o wiele mniejszy, bo sięga zaledwie 0,25 mm.

Wymaganą dokładność określania pionowego gradientu przyspieszenia określa się przez zastosowanie prawa przenoszenia się błędów średnich. Stąd otrzymamy:

$$m_G = \frac{2g \cdot m_{N-\zeta}}{H^2}.$$

Można dociec, że dla założenia błędu różnicy odstępów nie większego niż 1 mm i wzniesienia stanowiska nad powierzchnią odniesienia – 100 m, błąd określenia pionowego gradientu nie powinien przekraczać 1960 Etweszy. Dla wysokości 500 m błąd dopuszczalny maleje do ok. 80 Etweszy. Są to wartości łatwe do uzyskania nowoczesnym sprzętem grawimetrycznym.

cdn.

Profesor Marcin Barlik jest specjalistą w zakresie grawimetrii geodezyjnej, profesorem w Politechnice Warszawskiej i Wojskowej Akademii Technicznej. Zajmuje się wykorzystaniem informacji grawimetrycznych w opracowaniu elementów geodezyjnych i w badaniach geoidy.

P.U.H. „Jakub”

81-194 Gdynia, ul. Cechowa 38
tel. (0 58) 625-99-08, faks (0 58) 625-99-12
tel. kom. (0 600) 215-700 (całą dobę)
e-mail: jakubgeo@pro.onet.pl

OFERUJE SPRZĘT GEODEZYJNY NOWY I UŻYWANY

Sprzęt używany:

Nasadki:	WILD D13S	3 000 zł
	WILD D14	4 700 zł
	AGA 220	5 000 zł

W cenę wliczone jest osadzenie, tyczka z lustrem, ładowarka baterii

Stacje pomiarowe:	ELTA 4	6 500 zł
	SET 4B	12 000 zł
	SET 4B II	12 500 zł

Udzielamy 6-miesięcznej gwarancji

Sprzęt nowy: Leica, Zeiss, Topcon, Nikon

Nikon C-100	18 700 zł + 500 zł komplet osprzętu
Nikon DTM-330	21 990 zł + 400 zł komplet osprzętu

Drobny sprzęt pomiarowy:

■ komplet: tyczka + lustro + statyw	od 750 zł
■ statywy aluminiowe i drewniane	od 260 zł
■ ruletki 30 m – 115 zł; 50 m – 135 zł	
■ niwelatory, węgielnicze, łaty	
■ baterie i ładowarki	

Ponadto w ofercie: oprogramowanie C-Geo, WinKalk, rejestratory danych do każdego instrumentu

Zadzwoń i zamów – sprzedaż i szkolenie na miejscu u klienta

Wszystkie ceny do negocjacji, możliwy leasing i raty – bez poręczycieli
Ceny netto bez podatku VAT 22%

U NAS ZNAJDZIESZ WSZYSTKO, CZEGO POTRZEBUJESZ