



Geometria piłki

Piłka nożna jest sportem tak popularnym, że prawie każdy się na niej zna. Jeżeli przejrzymy szczegółowo przepisy i prze-studujemy zasady gry, przekonamy się, jak wiele jest w nich wymiarów, geometrii i relacji przestrzennych.

Konrad Eckes

Przy okazji emocji związanych z wydarzeniem sportowym, jakim jest Euro 2012, warto zapoznać się z elementami geometrycznymi i przestrzennymi w przepisach oraz w strategii piłki nożnej. Można w niej wyróżnić następujące dane geometryczne i relacje przestrzenne:

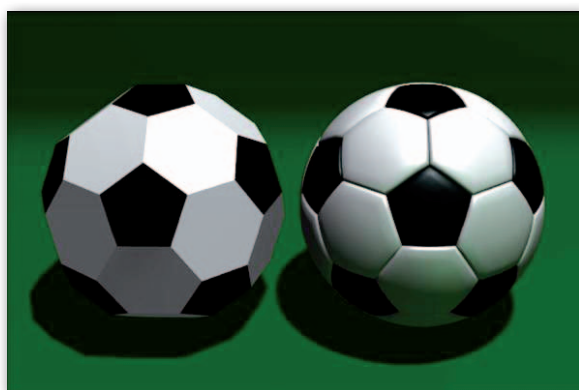
- geometrię boiska z jego polami, liniami, łukami i punktami charakterystycznymi,
- pozycje zajmowane przez zawodników i relacje przestrzenne pomiędzy zawodnikami w toczącej się akcji oraz w tzw. stałych fragmentach gry,
- geometrię torów piłki kształtowaną przez nadanie prędkości początkowej i zasady fizyki,

- budowę piłki jako wielościanu przekształcanego na sferę.

Zacznijmy od budowy piłki, która jest sprzętem rekreacyjnym i sportowym o szerokim zastosowaniu.

• Piłka jest okrągła...

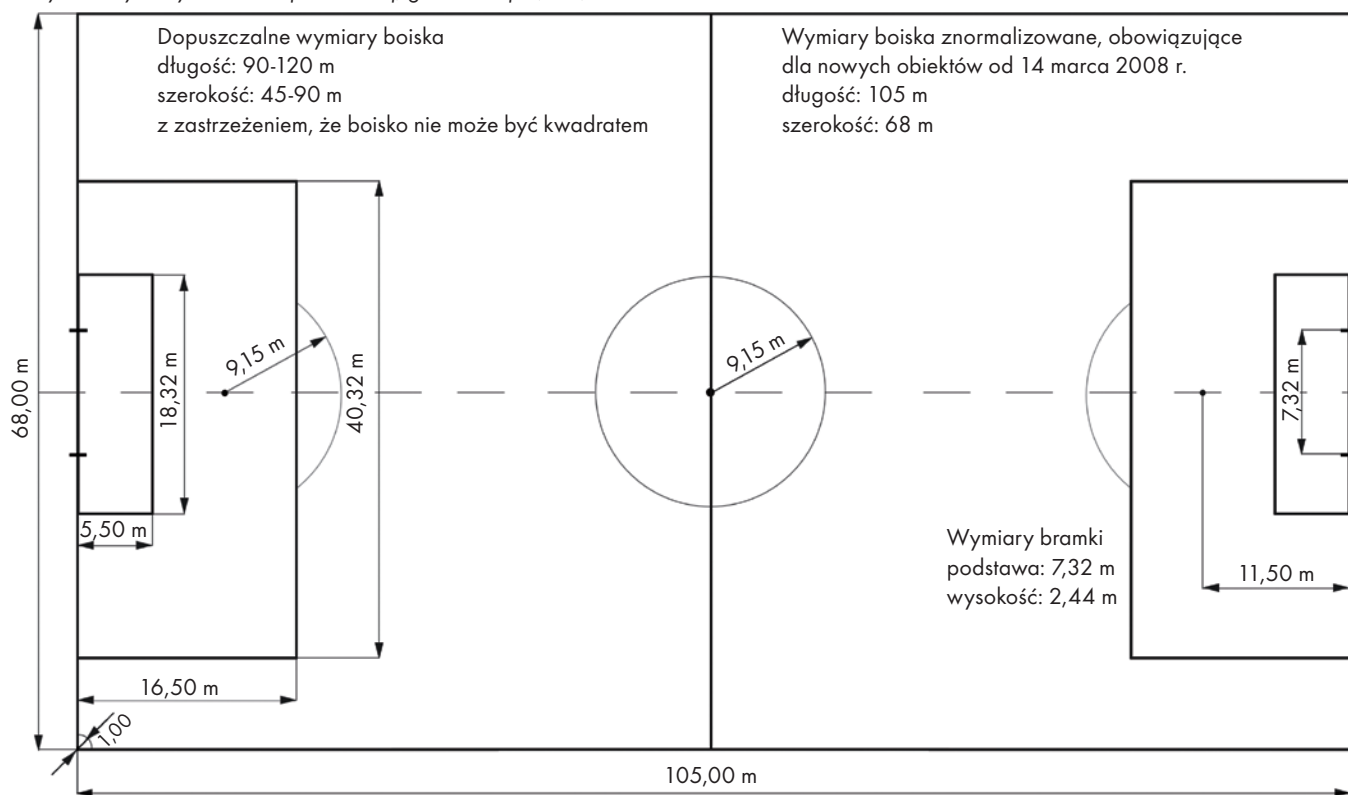
Budowa piłki ma swoją wieloletnią historię i zależy od jej przeznaczenia – do celów rozrywkowych, rekreacyjnych lub do konkretnej dyscypliny sportowej. Najprostszą konstrukcję ma piłka plażowa. Jej powierzchnia jest zbudowana z kolorowych dwukątów sferycznych, podobnych do powiększo-



Rys. 1. Geometria typowej piłki nożnej jako dwudziestościan ścięty zbudowany z 32 paneli

nych, smukłych liści wierzby. Starsze pokolenie, 50- i 60-latków, pamięta piłkę nożną złożoną z prostokątnych paneli, zgrupowanych parami i zestawionych

Rys. 2. Wymiary boiska do piłki nożnej, geometria pól, linii, łuków i bramek





na przemian pod kątem prostym. Jeszcze obecnie spotyka się piłki o podobnej konstrukcji, w których zgrupowane są na przemian po trzy panele. Stare piłki miały pozostawione w skórzanej powłoce nacięcie o długości około 8 cm. Do środka była wkładana oddzielna dętka i po napompowaniu nacięcie było sznurowane na styk. Zaletą była możliwość naprawy lub wymiany uszkodzonej dętki, natomiast strefa sznurowania zawsze w jakimś stopniu deformowała regularność sfery.

Ogólnie rzecz biorąc, chodzi o to, by z płaskich paneli trwałego materiału po zeszcieniu lub sklejeniu otrzymać powierzchnię jak najbardziej przypominającą sferę. Większa liczba paneli, przy bardzo starannym połączeniu, teoretycznie stwarza lepszą szansę na uzyskanie kulistego kształtu. Obecnie powszechnie stosowana jest piłka złożona z 32 paneli: 20 sześciokątów i 12 pięciokątów (rys. 1), tworzących dwudziestościan ścięty. Jego pierwotną formą jest dwudziestościan foremny, którego ścianami są trójkąty równoboczne. Taki wielościan foremny zawiera 30 krawędzi i 12 wierzchołków. Jeżeli te wierzchołki zostaną przycięte, to otrzymamy wielościan półforemny o 32 ścianach, z których 20 to sześciokąty foremne, a pozostałe są foremnymi pięciokątami. Dwudziestościan ścięty posiada 60 wierzchołków i 90 krawędzi.

Po napompowaniu płaskie panele podlegają napięciu i stają się wielokątami sferycznymi (rys. 1). Zgodnie z przepisami piłka powinna mieć średnicę od 21,6 cm do 22,3 cm, co odpowiada obwodom od 68 cm do 70 cm. Jej waga powinna wynosić 410-450 gramów, ciśnienie powietrza wewnątrz – od 0,6 do 1,1 atmosfery.

Piłka powinna mieć na zewnętrznej powłoce kontrastowy rysunek, aby bramkarz mógł zaobserwować jej rotację. Najczęściej panele 6-kątne są jasne,

a panele 5-kątne czarne. W zawodach mistrzowskich stosowane są piłki o złożonej konstrukcji, z materiałów syntetycznych, które nie nasiakają wodą (i przez to nie zmieniają swojej wagi). Piłki poddawane są różnym badaniom laboratoryjnym w celu uzyskania atestu Międzynarodowej Federacji Piłki Nożnej (FIFA).

•...a bramki są dwie

Obrys zewnętrzny boiska piłkarskiego może być zawarty w następujących granicach (z zastrzeżeniem, że boisko nie może być kwadratem):

- długość 90-120 m,
- szerokość 45-90 m.

Ze względu na to, że wiele boisk ma charakter wielozadaniowy i są na nich rozgrywane także zawody lekkoatletyczne, przeciętne wymiary boisk, opasanych prostymi i łukami bieżni, zawierają się w granicach: długość 100-110 m i szerokość 64-75 m. W marcu 2008 roku FIFA ustaliła obowiązujące standardowe wymiary dla nowo powstających obiektów – 105 x 68 metrów.

Niezależnie od wymiarów zewnętrznego obrysu boiska – utworzonego przez linie boczne i linie bramkowe – niezmiennie pozostają wymiary pół bramkowych i pół karnych (rys. 2). Także niezmiennie i ściśle przestrzegane są wymiary światła bramki – podstawa 7,32 m, wysokość 2,44 m. Grubość i szerokość elementów konstrukcyjnych bramki nie może przekraczać 12 centymetrów. Na czterech rogach boiska powinny znajdować się chorągiewki o wysokości co najmniej 1,5 m. Z punktu posadowienia

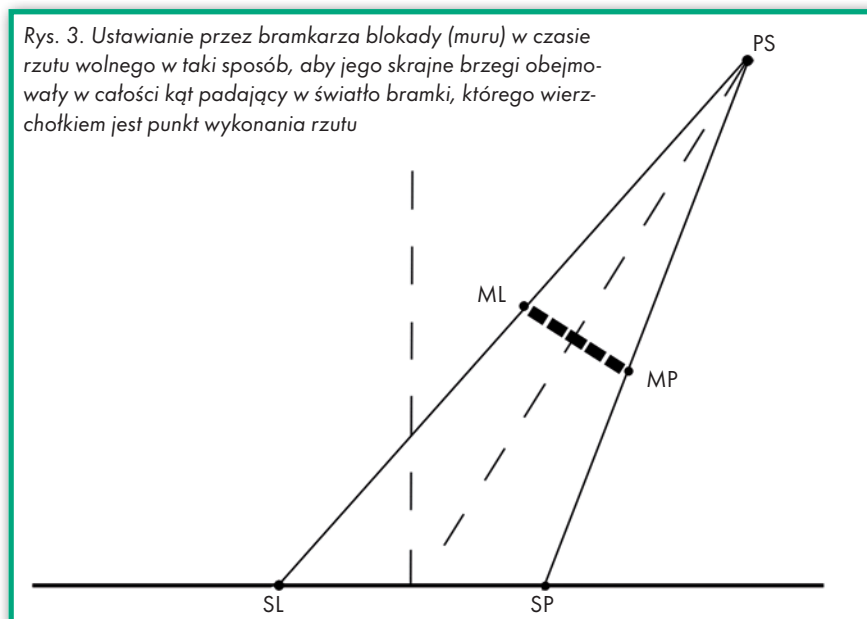
chorągiewki zatoczony jest łuk o promieniu 1 metra wyznaczający pole różne w kształcie czwartej części koła.

Zgodnie z wytycznymi Unii Europejskich Związków Piłkarskich (UEFA) na murawie boiska ma być wykonanych 18 równoległych pasów, prostopadłych do podłużnej osi boiska, o szerokości od 5,5 m do 6,1 m. Takie pasy tworzy się poprzez specjalny sposób koszenia murawy. Trawa powinna być koszona na wysokości 23 milimetrów nad płytą boiska. Szerokość linii oznaczanych na boisku nie może przekraczać 12 centymetrów.

•Tyczenie prostych w akcji

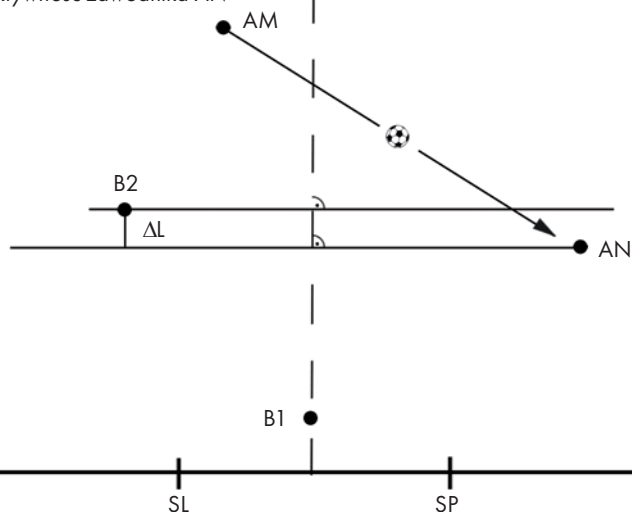
Jednym z kilku typowych przypadków tyczenia prostych w toku gry jest ustawianie przez bramkarza blokady z zawodników drużyny broniącej, zwanej potocznie murem, przed wykonywaniem rzutu wolnego (rys. 3). Bramkarz staje kolejno przy słupku lewym (SL) oraz prawym (SP) i ustawia mur tak, aby jego skrajne punkty – lewy (ML) i prawy (MP) – znalazły się odpowiednio na ramionach kąta o wierzchołku w punkcie pozycji strzeleckiej (PS) przechodzących przez punkty SL i SP.

Bardzo ważną zasadą wpływających na przebieg gry w piłkę nożną jest zasada biernej lub aktywnej pozycji spalanej (rys. 4). Jeżeli zawodnik drużyny atakującej jest bliżej linii bramkowej niż co najmniej dwóch zawodników drużyny broniącej, to znajduje się na pozycji spalanej. Bierne pozostawanie na takiej pozycji nie narusza reguł gry, natomiast aktywne uczestniczenie w grze i odnoszenie korzyści z przebywania w takim miejscu jest naruszeniem zasad i skutkuje przerwaniem gry i wznowieniem jej przez drużynę broniącą. Ustalenie pozycji spalo-



Rys. 3. Ustawianie przez bramkarza blokady (muru) w czasie rzutu wolnego w taki sposób, aby jego skrajne brzożgi obejmowały w całości kąt padający w światło bramki, którego wierzchołkiem jest punkt wykonania rzutu

Rys. 4. Ustalenie pozycji spalonej wymaga wytyczenia dwóch prostych równoległych do linii bramkowej, przechodzących przez pozycję zawodnika drużyny atakującej (AN) i przedostatniego zawodnika drużyny broniącej (B2) oraz ustalenia relacji ΔL pomiędzy tymi liniami; o naruszeniu zasad gry decyduje aktywność zawodnika AN



nej wymaga oceny relacji ΔL pomiędzy liniami równoległymi do linii bramkowej przechodzącymi przez zawodnika drużyny atakującej i przedostatniego zawodnika drużyny broniącej. Taką relację ustalają zazwyczaj sędziowie asystenci poruszający się po liniach bocznych. Zasady pozycji spalonej są rozbudowane i przytoczony powyżej krótki opis dotyczy jedynie geometrii służącej do wstępnego ustalenia tego faktu.

Zasada pozycji spalonej nadaje grze pewną racjonalność i wnosi efekty widowiskowe. Bywa także przedmiotem kontrowersyjnych decyzji. W niektórych krajach eksperymentalnie rozgrywane są zawody z pominięciem spalonego. Taka gra traci na widowiskowości, ponieważ zawodnicy drużyny atakującej stale przebywają w rejonie bramki drużyny broniącej, gole padają o wiele częściej, ale znika urok całego trudu zdobywania pola i wypracowywania pozycji strzeleckich.

Tyczenie prostych w czasie gry ma miejsce wielokrotnie, gdy sędziowie podejmują decyzję, czy piłka całym swoim obwodem przeszła poza linię bramkową lub poza linię boczną (w tym przypadku do tyczenia prostej wykorzystywane są chorągiewki stojące w narożnikach boiska). W niejasnych sytuacjach przechwycenia piłki przez bramkarza lub wybicia piłki z bramki z miejsca tuż nad linią bramkową tyczenie prostej decyduje o uznaniu bramki, czyli ustaleniu, czy piłka całym swoim obwodem przeszła przez linię bramkową.

• Bramkarz na dwusiecznej

Dla każdej pozycji strzeleckiej (PS) drużyny atakującej możemy wyzna-

boiska, linia dwusieczna kąta γ pokrywa się w przybliżeniu z linią łączącą PS z punktem środka bramki SR. W takim przypadku bramkarz mógłby zająć pozycję obronną na linii bramkowej, w punkcie środkowym SR. Jednak ze względu na to, że odbita piłka mogłoby trafić do zawodnika drużyny atakującej lub nawet znaleźć się w świetle bramki – bramkarz przesuwają się nieco do przodu. Wtedy lepiej zabezpiecza bramkę, przechodzi do strefy nieco mniejszej rozwartości kąta γ , a ponadto może odbić piłkę poza światło bramki – na boki. Jedynym przypadkiem, kiedy bramkarz musi zająć pozycję na linii bramkowej, ma miejsce w czasie wykonywania rzutu karnego. Wówczas, przy odległości 11 metrów, kąt γ jest równy $36,8^\circ$. Warto zwrócić uwagę na rozbieżność przepisów w piłce nożnej i piłce ręcznej, gdzie bramkarz może wyjść do przodu, poza linię bramkową.

Rozważmy jednak inne powody, dla których konieczne jest ustawianie się bramkarza nie na linii bramkowej, ale wyjście nieco przed tę linię. Rysunek 5 przedstawia sytuację, w której pozycja strzelecka PS znajduje się 20 metrów od punktu środkowego bramki SR, a linia PS-SR jest nachylona pod kątem 45° do linii bramkowej. Gdyby bramkarz w takim przypadku znajdował się w punkcie środkowym bramki SR, światło bramki do obrony znajdowałoby się nad sumą odcinków SR-SL i SR-SP1. Dawałoby to 5,95 m, a więc zaledwie o około 1,4 m mniej, niż wynosi pełna podstawa światła bramki (7,32 m). Dla zmniejszenia tych wymiarów bramkarz ustawia się w pozycji PB, która jest punktem przecięcia dwusiecznej kąta γ i prostopadłej

do tej linii przechodzącej przez słupek bliższy pozycji strzeleckiej PS. W tym drugim przypadku bramkarz uzyskuje identyczne wymiary światła do obrony ze strony lewej i strony prawej oraz łączną podstawę światła do obrony równą 4,74 m, a więc o około 1,2 m mniejszą, niż gdyby zajął pozycję w punkcie SR.

Z przytoczonego przykładu wynika generalna zasada ustawiania się bramkarza – na dwusiecznej kąta γ , pod jakim widać światło bramki z potencjalnej pozycji strzeleckiej, oraz jednocześnie zajęcie pozycji zmniejszającej rozwartość tego kąta. W tej zasadzie mieści się cała sztuka bramkarza, wynikająca z jego wyszkolenia, a także z osobistego talentu i wyczucia sytuacji. Pozycja bramkarza na dwusiecznej kąta γ jest kompromisem pomiędzy zmniejszeniem rozwartości tego kąta (przez dalsze wyjście z bramki) a zagrożeniem zdobycia gola za pomocą strzału o trajektorii łuku ponad bramkarzem (zwanego lobem). Pozycja bramkarza zależy także od jego wzrostu, wyszkolenia i zebranych doświadczeń.

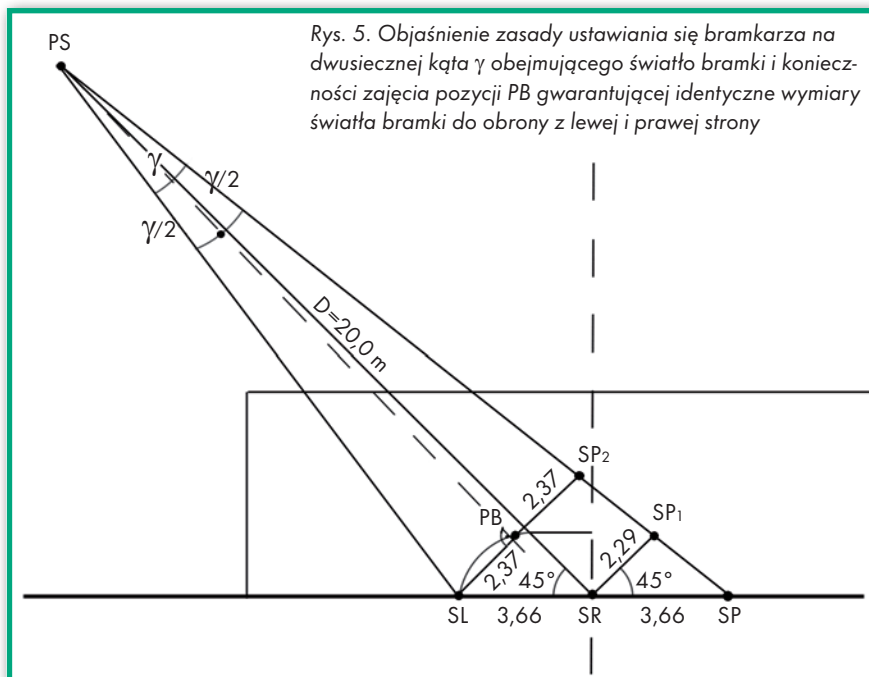
Zatem dla każdego bramkarza można wyznaczyć łuk pozycji jako miejsce geometryczne przecięcia się dwusiecznych kąta obejmującego światło bramki i linii przechodzącej przez słupek bliższy aktualnej pozycji strzeleckiej (rys. 6).

• Tor lotu piłki

Znana jest nam z fizyki teoretyczna linia tak zwanego rzutu ukośnego. Jest ona symetryczna względem punktu o maksymalnej wysokości. W praktyce piłka w locie napotyka opór powietrza, który zmniejsza szybkość lotu i skraca łuk jego drugiej fazy, zataczając krzywą balistyczną (rys. 7a). Obraz krzywej balistycznej jest wyraźnie widoczny przy dalekich podaniach lub przy wprowadzaniu piłki do gry przez bramkarza na dalszą odległość.

W piłce nożnej dominują krótsze podania, mające na celu utrzymywanie kontroli nad piłką, wraz z przenoszeniem akcji coraz bliżej bramki przeciwnika. W tych krótkich podaniach większą rolę odgrywa celność sytuacyjna adresowania piłki niż kształt trajektorii w płaszczyźnie pionowej. Ale istnieje przypadek, kiedy celowe nadawanie kształtu trajektorii lotu piłki jest bardzo skutecznym sposobem zagrożenia bramce przeciwnika. Jest to kopnięcie piłki z nadaniem jej rotacji (rys. 7b).

Nadawanie piłce rotacji skutkuje kształtowaniem jej lotu do postaci krzywej odbiegającej od toru linii balistycznej. Strzały z rotacją są stosowane w czasie akcji, ale przede wszystkim w tzw. stałych fragmentach gry – jako rzuty



Rys. 5. Objaśnienie zasady ustawiania się bramkarza na dwusiecznej kąta γ obejmującego światło bramki i konieczności zajęcia pozycji PB gwarantującej identyczne wymiary światła bramki do obrony z lewej i prawej strony

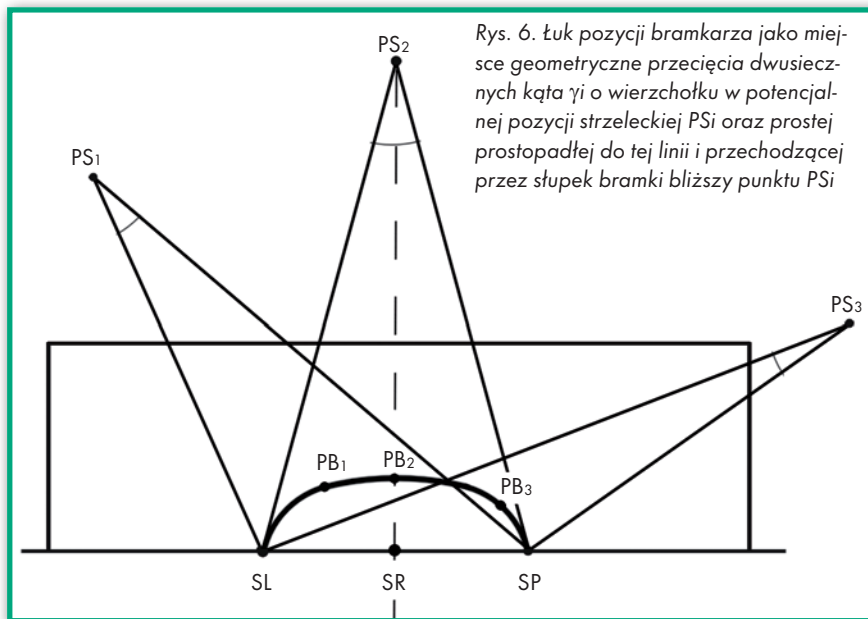
• Grajmy w nogę!

Ten krótki opis geometrii i niektórych relacji przestrzennych jest zaledwie fragmentem przepisów i zasad gry w piłkę nożną. Poza tym opisem pozostają złożone relacje i ustawienia tworzące strategię akcji, która jest przedmiotem licznych analiz, obejmujących bogactwo rozpatrywanych układów oraz stałych fragmentów. Tym głębokim analizom, strategiom i żmudnym ćwiczeniom treningowym zawdzięczamy to, że w czasie 90 minut i przy stosunkowo dużych rozmiarach bramek wpada do nich tak niewiele piłek, a bywa, że nie wpadnie ani jedna. Właśnie to bogactwo akcji, ich niepowtarzalność, dynamika i wielkie oczekiwanie na zdobycie bramki – tworzą z tej gry tak atrakcyjne widowisko.

Kończąc, chciałbym zachęcić Czytelników, aby w tym pięknym sporcie byli nie tylko odbiorcami wrażeń i emocji, lecz także – w miarę możliwości – ak-

wolne o zakrzywionym torze. Takie linie strzału omijają blokadę zawodników drużyny broniącej (ustawiony mur) i padają w światło bramki. Są to strzały mylące bramkarza (stąd obowiązek zamieszczania rysunku na powierzchni piłki, żeby rotacja była widoczna). Na ogół wszyscy zawodnicy wysokiej klasy posiadają umiejętność wykonywania strzałów z rotacją piłki.

Zasada celowego kształtowania toru lotu piłki w postaci łuku jest opisana w literaturze (między innymi w książce Krzysztofa Ernsta „Fizyka sportu”). Jeżeli piłce nadamy prędkość początkową z jednoczesną rotacją (rys. 7b), to obracająca się piłka porywa pewną warstwę otaczającego ją powietrza. Ale jednocześnie przebijają się przez statyczną masę powietrza stawiającego opór. Po stronie górnej i dolnej piłki zachodzą dwa różne zjawiska. Po stronie górnej opór jest większy, ponieważ lecąca piłka nie tylko spręża na boki warstwę powietrza (przez które przelatuje), ale także porywane i obracające się wokół piłki warstwy powietrza zderzają się ze sprężanymi warstwami. Po stronie dolnej obracające się wokół piłki warstwy powietrza mają kierunek zgodny z torem lotu piłki i stawiają mniejszy opór. W rezultacie takiej różnicy ciśnienia piłka spychana jest do dołu, tor lotu zakrzywia się i nie pokrywa się z linią balistyczną KB. Krzywa rotacyjna KR może być stosowana

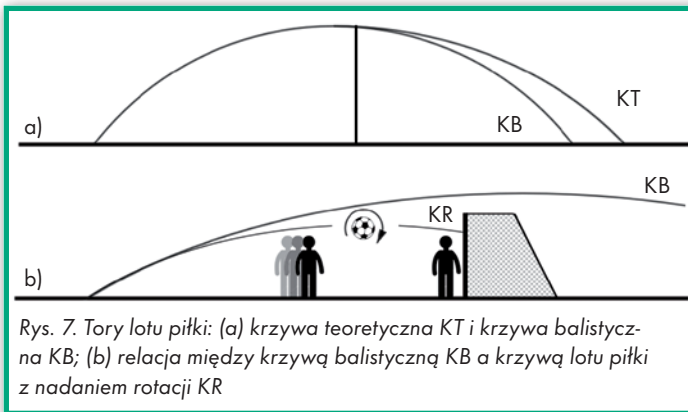


Rys. 6. Łuk pozycji bramkarza jako miejsce geometryczne przecięcia dwusiecznych kąta γ i o wierzchołku w potencjalnej pozycji strzeleckiej PSi oraz prostej prostopadłej do tej linii i przechodzącej przez słupek bramki bliższy punktu PSi

nie tylko w płaszczyźnie pionowej, lecz także w różnych innych płaszczyznach i zawsze stanowi duże zagrożenie dla bramkarza.

tywnymi uczestnikami, niezależnie od wieku, kondycji i warunków zewnętrznych. Zyska na tym nasze zdrowie, nasz zawód (który przecież wymaga sprawności fizycznej), ale przede wszystkim będziemy mogli podziwiać grę najlepszych drużyn nie tylko dla doznania emocji, lecz także dla czerpania wzorców. Te wzorce są konieczne dla nas i dla młodego pokolenia. Przecież musimy wierzyć, że powrócą czasy polskich drużyn z lat 70. i 80. odnoszących sukcesy na olimpiadzie w latach 1972 i 1976 oraz na mistrzostwach świata w latach 1974 i 1982.

Konrad Eckes



Rys. 7. Tory lotu piłki: (a) krzywa teoretyczna KT i krzywa balistyczna KB; (b) relacja między krzywą balistyczną KB a krzywą lotu piłki z nadaniem rotacji KR