Artykuł recenzowany: Wysokościowe nawiązanie stacji ASG-EUPOS z wykorzystaniem informacji o lokalnym przebiegu quasi-geoidy

OSNOWA BARDZIEJ ZINTEGROWANA

STRESZCZENIE: W publikacji przedstawiono kilka sposobów wyznaczenia wysokości normalnej lub undulacji quasi-geoidy w punktach, dla których bezpośrednie pomiary niwelacyjne są trudne do zrealizowania. Do pośredniego nawiązania wysokościowego wykorzystano punkty pomocnicze, których lokalizację ustala się w oparciu o rozpoznany przebieg quasi-geoidy. Przykładem punktów niedostępnych są ARP stacji permanentnych ASG-EUPOS. Wyznaczenie dla nich wysokości normalnych wpłynie korzystnie na zintegrowany charakter tej osnowy. Dzięki dokładnym odstępom quasi-geoidy od elipsoidy punkty ASG-EUPOS uzupełnią dane do budowy krajowego modelu quasi-geoidy. Publikację uzupełnia analiza dostępności reperów podstawowej osnowy wysokościowej do nawiązania stacji ASG-EUPOS.

ABSTRACT: Height indication of ASG-EUPOS stations on the basis of local course of a quasigeoid. The paper presents a few methods of indication of normal height or undulation of a quasigeoid at points, where directly leveling measurements are difficult to carry out. The methods of indirect height indication utilize auxiliary points, which localization is settled on the basis of analyzed course of a quasigeoid. The unavailable direct leveling points are for instance ARP's of ASG-EUPOS permanent GNSS stations. Settlement of normal heights will improve integrated characteristics of this network. Owing to accurate distances between the ellipsoid and the quasigeoid, ASG-EUPOS points will complement the data necessary to build national model of a quasigeoid. The publication is supplemented with the analysis of availability of basic altitude network points in order to define heights of ASG-EUPOS station.

ŁUKASZ BOROWSKI, PIOTR BANASIK

Współczesne pomiary geodezyjne zmierzające do wyznaczenia położenia punktów wykonywane są w coraz większej części z wykorzystaniem krajowej sieci stacji permanentnych ASG-EUPOS. Stacje te stanowią trójwymiarową, podstawową osnowę geodezyjną, do której geodeci mogą nawiązywać się niemal w każdym miejscu realizacji prac terenowych. Dzięki serwisom RTK lub postprocessingowi wyznaczane są współrzędne elipsoidalne lub płaskie w obowiązującym układzie odniesienia z dokładnością zdecydowanie wyższą, niż zapewniały to dotychczasowe klasyczne osnowy geodezyjne.

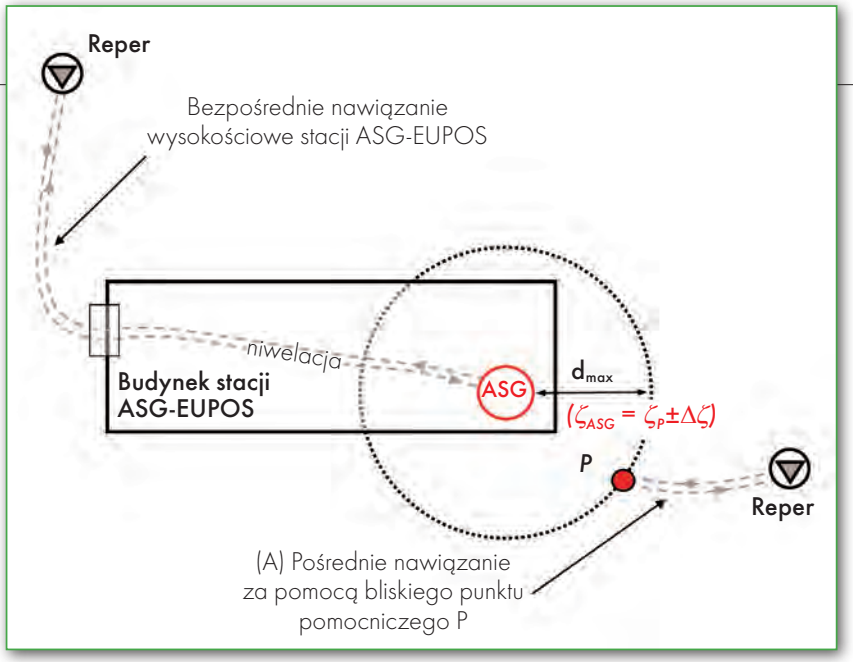
Następnym krokiem na drodze unowocześniania sieci geodezyjnych są osnowy zintegrowane [GUGiK, 2010a]. Na ich punktach oprócz współrzędnych poziomych wyznaczane są wysokości oraz charakterystyki pola ciężkościowego Ziemi [Banasik, 2007], [Walo i in., 2010]. Taką osnową jest też w założeniu sieć stacji permanentnych ASG-EUPOS. Dotychczas – mimo kilkuletniego okresu funkcjonowania – jej punkty nie mają jeszcze precyzyjnie wyznaczonych wysokości normalnych. Obecnie wykonywane są prace, których celem jest zintegrowanie podstawowej geodezyjnej osnowy kraju [GUGiK, 2010b]. Nie rozwiązują one w pełni problemu określenia wysokości normalnej lub undulacji quasi-geoidy w punktach ASG-EUPOS.

Jedną z przyczyn tego istotnego braku jest stabilizacja anten na dachach budynków, która utrudnia znacznie bezpośrednie nawiązanie niwelacyjne do reperów osnowy wysokościowej. Wiadomo jednak, że wyznaczenie wysokości normalnej ARP (*Antenna Reference Point*) anteny stacji permanentnych możliwe jest również metodami pośrednimi, wykorzystującymi informacje o przebiegu quasi-geoidy w najbliższym otoczeniu stacji.

Niniejszy artykuł prezentuje koncepcję wyznaczania odstępów na punktach stacji ASG-EUPOS. Dzięki nawiązaniu wysokościowemu i znanej precyzyjnej wysokości elipsoidalnej stacje ASG-EUPOS staną się punktami o najdokładniej wyznaczonym odstępie quasi-geoidy od elipsoidy i jednocześnie punktami oporowymi krajowego modelu quasi-geoidy. Przedstawione tutaj sposoby nawiązania wysokościowego można zastosować dla dowolnych punktów, dla których klasyczne nawiązanie niwelacyjne jest trudne do zrealizowania.

NAWIĄZANIE NIWELACYJNE A UNDULACJA QUASI-GEOIDY

Współrzędne punktu każdej stacji ASG-EUPOS są odniesione do ARP anteny. Stabilizacja anten stacji na dachach budynków czyni je w większości punktami niedostępnymi dla bezpośrednich pomiarów niwelacyjnych. Dotyczy to około 90% wszystkich krajowych stacji permanentnych. Przykładem stacji ASG-EUPOS, dla której możliwe jest bezpośrednie nawiązanie



Rys. 1. Schemat bezpośredniego nawiązania niwelacyjnego i nawiązania pośredniego do bliskiego punktu pomocniczego (A)

niwelacyjne, jest stacja KRAW (oraz nowa stacja KRA1) znajdująca się na dachu budynku Wydziału Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie.

Dla punktu KRAW wykonano wielokrotne pomiary niwelacyjne i wyznaczono wartość odstępu quasi-geoidy od elipsoidy [Banasik, 2007]. Tego rodzaju punkty mogą posłużyć do weryfikacji pośrednich metod nawiązania wysokościowego mniej dostępnych punktów ASG-EUPOS.

Do wyznaczenia wysokości anten stacji permanentnych można wykorzystać rozpoznaną w rejonie stacji undulację quasi-geoidy. Stacje ASG-EUPOS (punkty ARP) ze względu na permanentny charakter obserwacji GPS (GNSS) posiadają precyzyjne wysokości elipsoidalne (h). Umożliwia to uzyskanie dokładnego odstępu quasi-geoidy (ζ), pod warunkiem nawiązania stacji do osnowy wysokościowej i wyznaczenia jej wysokości normalnej (H):

$$\zeta = h - H. \tag{1}$$

Warto zwrócić uwagę, że odstęp taki można uznać za stały w stabilnych warunkach geodynamicznych większości obszaru Polski i niezależny od czasowych, powierzchniowych deformacji terenu powodujących zmianę wysokości stacji. To istotna cecha, zwłaszcza dla tych punktów, które zlokalizowane są np. na obszarze Śląska. W związku z eksploatacją górniczą mamy tam do czynienia z szybkim procesem zmiany wysokości reperów osnów wysokościowych. Należy pamiętać, że wartość odstępu quasi-geoidy od elipsoidy może ulegać zmianom ze względu na wprowadzanie nowych układów wysokościowych. W takiej sytuacji konieczne jest wykonanie transformacji odstępu (lub wysokości) na daną epokę.

Mapa quasi-geoidy na większości obszaru Polski ma charakter powierzchni jednostajnie nachylonej do elipsoidy [Pażus i in., 2002]. Cecha ta jest jeszcze bardziej wyraźna na niewielkim obszarze, np. kilku kilometrów wokół dowolnego punktu. Można ją wykorzystać do pośredniego nawiązania wysokościowego stacji ASG-EUPOS.

● NAWIĄZANIE WYSOKOŚCIOWE ZA POMOCĄ JEDNEGO PUNKTU W POBLIŻU STACJI

Jeden z pośrednich sposobów nawiązania – wykorzystujący pomocniczy punkt naziemny P zlokalizowany w pobliżu stacji ASG-EUPOS – przedstawiono na rys. 1 (nawiązanie A). W punkcie P należy wyznaczyć wysokość normalną (H) z nawiązania do reperu osnowy wysokościowej, oraz wysokość elipsoidalną (h) z obserwacji GPS (GNSS). Ze względu na niewielką odległość punktu pomocniczego od stacji, odstęp ζ_P będzie równy odstępowi w miejscu anteny stacji $\zeta_{ASG\text{-}EUPOS} = \zeta_P + \Delta\zeta\ (\Delta\zeta \to 0)$. Jednak ze względu na instalację anten stacji ASG-EUPOS na dachach wysokich budynków bliska lokalizacja punktu pomocniczego może pogarszać warunki do wykonania precyzyjnych obserwacji satelitarnych (zakryty horyzont). Konieczna jest analiza umożliwiająca określenie optymalnej lokalizacji punktu pomocniczego P, zapewniającej korzystne warunki obserwacji GNSS. Przekształcając wzór na odchylenie linii pionu w metodzie niwelacyjnej (lokalne nachylenie quasi-geoidy do elipsoidy):

$$\begin{cases} \Theta = \dfrac{\Delta H - \Delta h}{d} \\ \Theta_{\max} = \pm\sqrt{\xi^2 + \eta^2}, \end{cases} \tag{2}$$

gdzie: ΔH, Δh – przewyższenia normalne i elipsoidalne między dwoma punktami,

d – odległość między punktami,

ξ, η - składowe odchylenia linii pionu w rejonie obu punktów,

Θ, Θ_{max} – odchylenie linii pionu na kierunku wyznaczonym przez dwa punkty i odchylenie maksymalne,

można otrzymać wzór na maksymalną odległość punktu pomocniczego od stacji:

$$d_{P-ASG} = \frac{\Delta H_{P-ASG} - \Delta h_{P-ASG}}{\Theta_{\max}} = \frac{\zeta_{ASG} - \zeta_P}{\Theta_{\max}} = \frac{\Delta\zeta_{P-ASG}}{\Theta_{\max}}, \tag{3}$$

gdzie: $d_{P\text{-}ASG}$ – odległość pozioma punktu pomocniczego P od anteny stacji ASG-EUPOS.

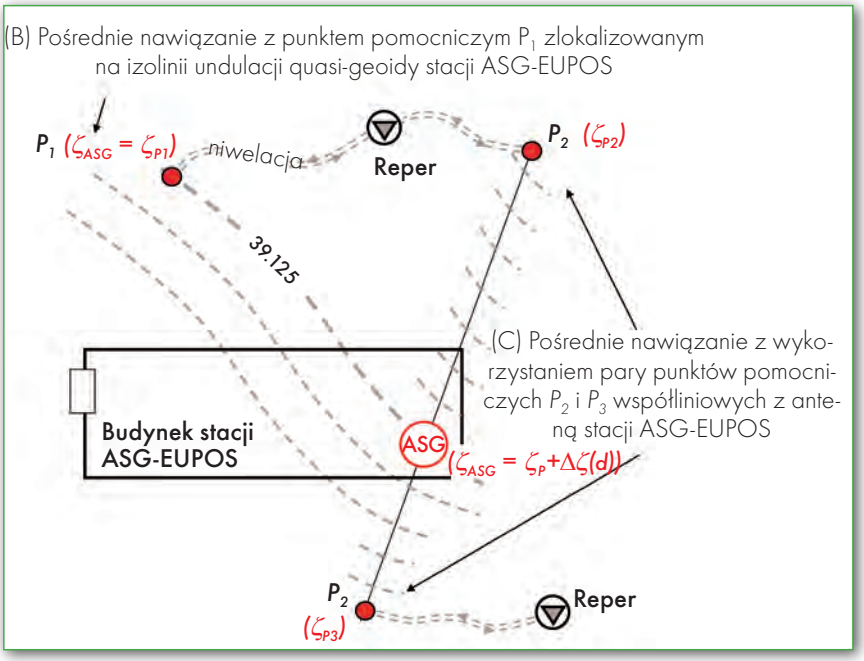
W rezultacie uzyskujemy związek między przyrostem wartości odstępu i przyrostem odległości:

$$\Delta d = \frac{\Delta\zeta}{\Theta_{\max}}. \tag{4}$$

Wynika z niego, że zachowanie dokładności wyznaczenia odstępu $\Delta\zeta$ na poziomie ±5 mm dla maksymalnej wartości odchylenia Θ_{max} rzędu 10″ jest możliwe (niezależnie od kierunku) na odległości do 103 m. W danym przypadku odległość taką należy określić indywidualnie, na podstawie znanych składowych odchylenia linii pionu na danym obszarze. Do takich analiz wystarczająco dokładne będą składowe uzyskane z krajowego modelu np. *Geoida Niwelacyjna 2001* [Pażus i in., 2002]. Dzięki nim dla dowolnie wybranego kierunku α, na którym zlokalizowano punkt P względem stacji, można obliczyć maksymalną odległość od stacji, zapewniającą dokładność odstępu na przyjętym poziomie $\Delta\zeta$. Wtedy zależność (4) przyjmie postać:

$$\Delta d = \frac{\Delta\zeta}{\xi\cos\alpha + \eta\sin\alpha}, \tag{5}$$

gdzie: α – azymut kierunku stacja ASG-EUPOS – punkt P.



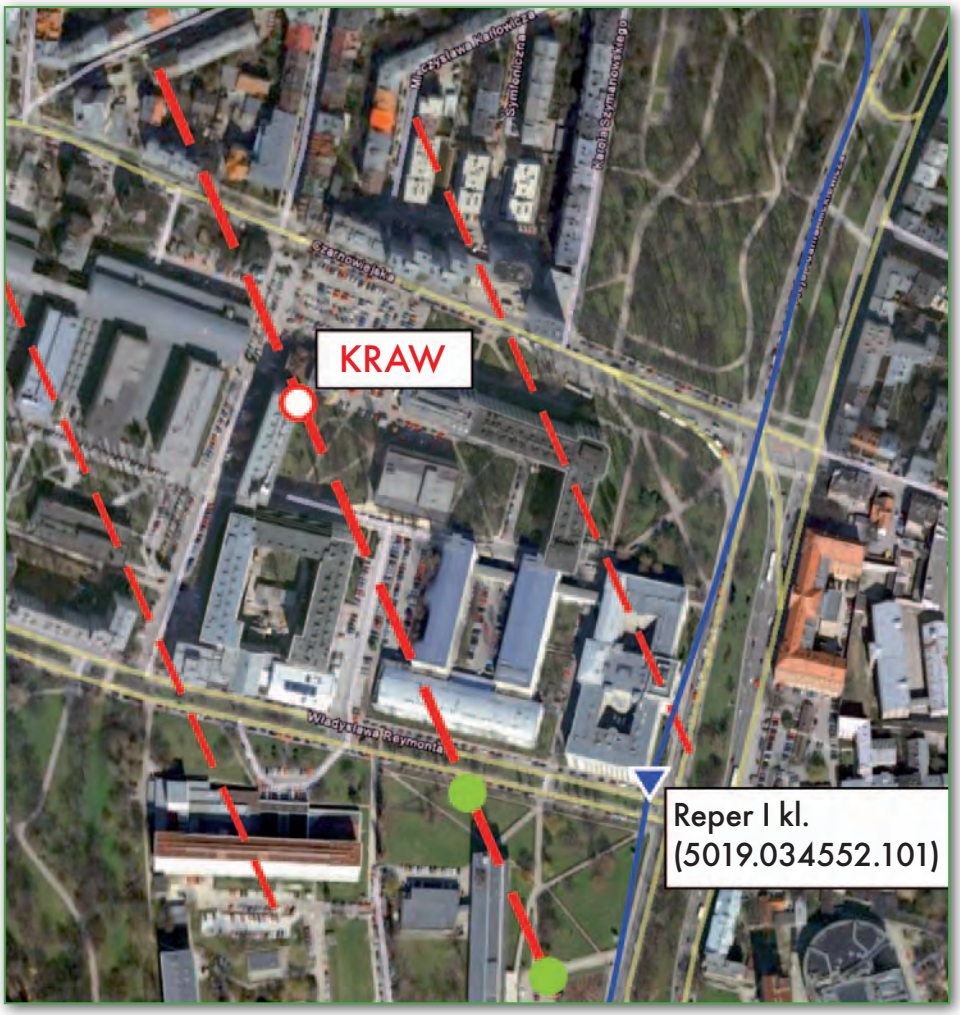
Rys. 2. Schemat pośredniego nawiązania niwelacyjnego z jednym i z dwoma punktami pomocniczymi, nawiązanie (B) i (C)

Z analizy przeprowadzonej za pomocą modelu *Geoida Niwelacyjna 2001* dla wszystkich stacji ASG-EUPOS wynika, że odstęp quasi-geoidy od elipsoidy w punkcie pomocniczym nie różniłby się od odstępu dla stacji o więcej niż ±5 mm, jeśli punkt pomocniczy zlokalizowany będzie w odległości od 70 m do 1160 m od stacji. Pierwszy przypadek dotyczy stacji USDL (Ustrzyki Dolne: ξ=9,2″, η=14,4″) oraz LUBL (Lublin: ξ=12,5″, η=14,0″), a drugi dotyczy stacji GRUD (Grudziądz: ξ=0,0″, η=0,9″). W rejonach górskich i przygranicznych ze względu na zdecydowanie mniejszą dokładność modelu *Geoida Niwelacyjna* 2001 do analizy należałoby wykorzystać model krajowy „2006" [Kryński i in., 2007].

● NAWIĄZANIE WYSOKOŚCIOWE ZA POMOCĄ PUNKTU NA IZOLINII UNDULACJI QUASI-GEOIDY

Do nawiązania wysokościowego można wykorzystać punkt pomocniczy zlokalizowany na tej samej izolinii undulacji quasi-geoidy, na której znajduje się stacja. Schemat tej metody przedstawiono na rys. 2 (nawiązanie B). Sposób ten wymaga wstępnego rozpoznania przebiegu izolinii undulacji w najbliższym otoczeniu stacji ASG-EUPOS. Do tego celu można wykorzystać aktualny, krajowy model quasi-geoidy. Punkt pomocniczy P_1 zlokalizowano na izolinii ζ = 39,125 m przechodzącej przez ARP stacji (rys. 2). Odstęp ζ_{P1} określony na podstawie dowiązania do reperu osnowy wysokościowej i wyników pomiaru GNSS będzie równy odstępowi w miejscu anteny stacji, co można zapisać następująco: $\zeta_{ASG\text{-}EUPOS} = \zeta_{P1}$.

Przykładem praktycznej realizacji tego sposobu nawiązania jest rozpoznanie undulacji quasi-geoidy w rejonie stacji KRAW w Krakowie (rys. 3). Punkt pomocniczy powinien znajdować się na izolinii (czerwona linia) przechodzącej przez stację KRAW. Uzupełnienie szkicu o znajdujący się na tym obszarze ciąg osnowy wysokościowej umożliwi optymalną lokalizację punktu pomocniczego, w miejscu korzystnym dla pomiarów sygnałów GPS (GNSS).



Rys. 3. Przebieg izolinii undulacji quasi-geoidy w rejonie stacji KRAW (na czerwono zaznaczono izolinie undulacji quasi-geoidy; na niebiesko – ciąg niwelacyjny osnowy podstawowej wysokościowej I kl.; na zielono – planowaną lokalizację punktu pomocniczego)

NAWIĄZANIE WYSOKOŚCIOWE ZA POMOCĄ DWÓCH PUNKTÓW POMOCNICZYCH

W kolejnym pośrednim sposobie nawiązania wykorzystano parę punktów pomocniczych P_2 i P_3 współliniowych z punktem stacji ASG-EUPOS (rys. 2, nawiązanie C). Wstępne rozpoznanie przebiegu quasi-geoidy w rejonie stacji może wskazywać na równomierne nachylenie tej powierzchni do elipsoidy. W związku z tym w odległości pojedynczych kilometrów można zastabilizować dwa punkty, na których obliczone zostaną odstępy ζ_P (w wyniku nawiązania niwelacyjnego do reperu osnowy wysokościowej oraz pomiaru GNSS). Punkty te mogą pełnić jednocześnie funkcję ekscentrów, punktów kierunkowych itp. dla danej stacji ASG-EUPOS. Wartość odstępu w punkcie stacji oblicza się za pomocą liniowej interpolacji przyrostu odstępu $\Delta\zeta$ w funkcji odległości między punktami pomocniczymi i anteną stacji (rys. 2). Wykorzystując do interpolacji początkowy punkt P_2, odstęp w punkcie ASG-EUPOS obliczymy z zależności:

$$\zeta_{ASG} = \zeta_{P2} + \Delta\zeta(\mathrm{d}) = \frac{\Delta\zeta_{P2-P3}}{d_{P2-P3}} d_{P2-ASG}, \qquad (6)$$

gdzie: $\Delta\zeta_{P2-P3}$, d_{P2-P3} – odpowiednio różnica odstępów i odległość między dwoma pomocniczymi punktami.

Wyniki zrealizowanego w podobny sposób nawiązania ekscentru grawimetrycznego dla stacji KRAW wskazują na skuteczność tej metody [Banasik, Skorupa, 2008].

NAWIĄZANIE WYSOKOŚCIOWE ZA POMOCĄ TRZECH PUNKTÓW POMOCNICZYCH

Wstępna informacja o undulacji quasi-geoidy z krajowego modelu nie jest konieczna w kolejnym sposobie nawiązania wysokościowego. Tym razem do nawiązania wykorzystano trzy punkty pomocnicze P_1, P_2 i P_3 (rys. 4, nawiązanie D). Na tymczasowo zastabilizowanych punktach pomocniczych wykonany zostaje pomiar GNSS oraz pomierzone zostają niwelacją precyzyjną przewyższenia (ΔH).

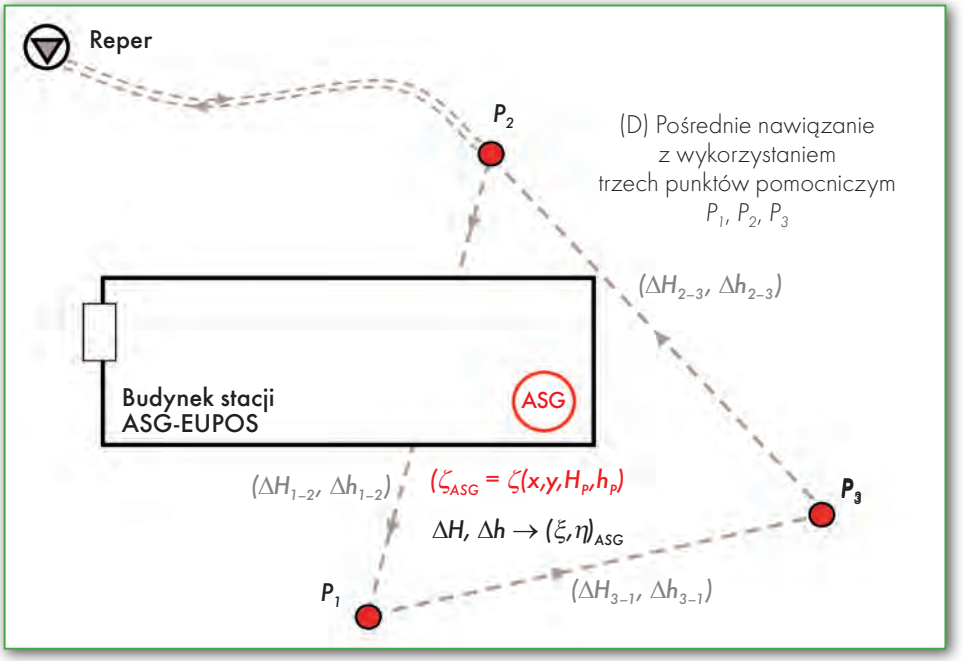
Wyniki tych pomiarów oraz nawiązanie jednego z punktów do reperu osnowy wysokościowej umożliwia obliczenie odstępów ζ_P w każdym punkcie pomocniczym. Wartość odstępu w punkcie stacji ASG-EUPOS zostaje wyinterpolowana za pomocą wielomianu I stopnia po uprzednim wyznaczeniu jego współczynników (a, b, c) z układu trzech równań utworzonych dla punktów pomocniczych w postaci:

$$\begin{aligned} v_{Pi} &= \mathrm{a} + \mathrm{b}x_{Pi} + \mathrm{c}y_{Pi} - \zeta_{Pi} \;\rightarrow\; \mathrm{a, b, c} \\ \zeta_{ASG} &= \mathrm{a} + \mathrm{b}x_{ASG} + \mathrm{c}y_{ASG}, \end{aligned} \qquad (7)$$

gdzie: v_{Pi} – poprawka do równania dla odstępu quasi-geoidy w i-tym punkcie pomocniczym P_i,

x_{Pi}, y_{Pi} – współrzędne płaskie punktów pomocniczych P_i (np. w układzie 1992),

x_{ASG}, y_{ASG} – współrzędne płaskie stacji ASG-EUPOS (np. w układzie 1992),



Rys. 4. Schemat pośredniego nawiązania niwelacyjnego za pomocą trzech punktów pomocniczych, nawiązanie D

a, b, c – współczynniki wielomianu wyznaczone z układu równań dla trzech punktów pomocniczych Pi.

Sposób ten umożliwia jednocześnie wyznaczenie składowych odchylenia linii pionu (ξ, η) dla stacji ASG-EUPOS z układu równań utworzonych dla kierunków między punktami pomocniczymi P_i i P_j:

$$v_{i-j} = \xi\cos\alpha_{i-j} + \eta\sin\alpha_{i-j} - \frac{\Delta H_{i-j} - \Delta h_{i-j}}{d_{i-j}} \;\rightarrow\; \xi, \eta, \qquad (8)$$

gdzie: v_{i-j} – poprawka do równania odchylenia na kierunku $P_i - P_j$,

ΔH_{i-j}, Δh_{i-j} – przewyższenie normalne i elipsoidalne między punktami pomocniczymi $P_i - P_j$,

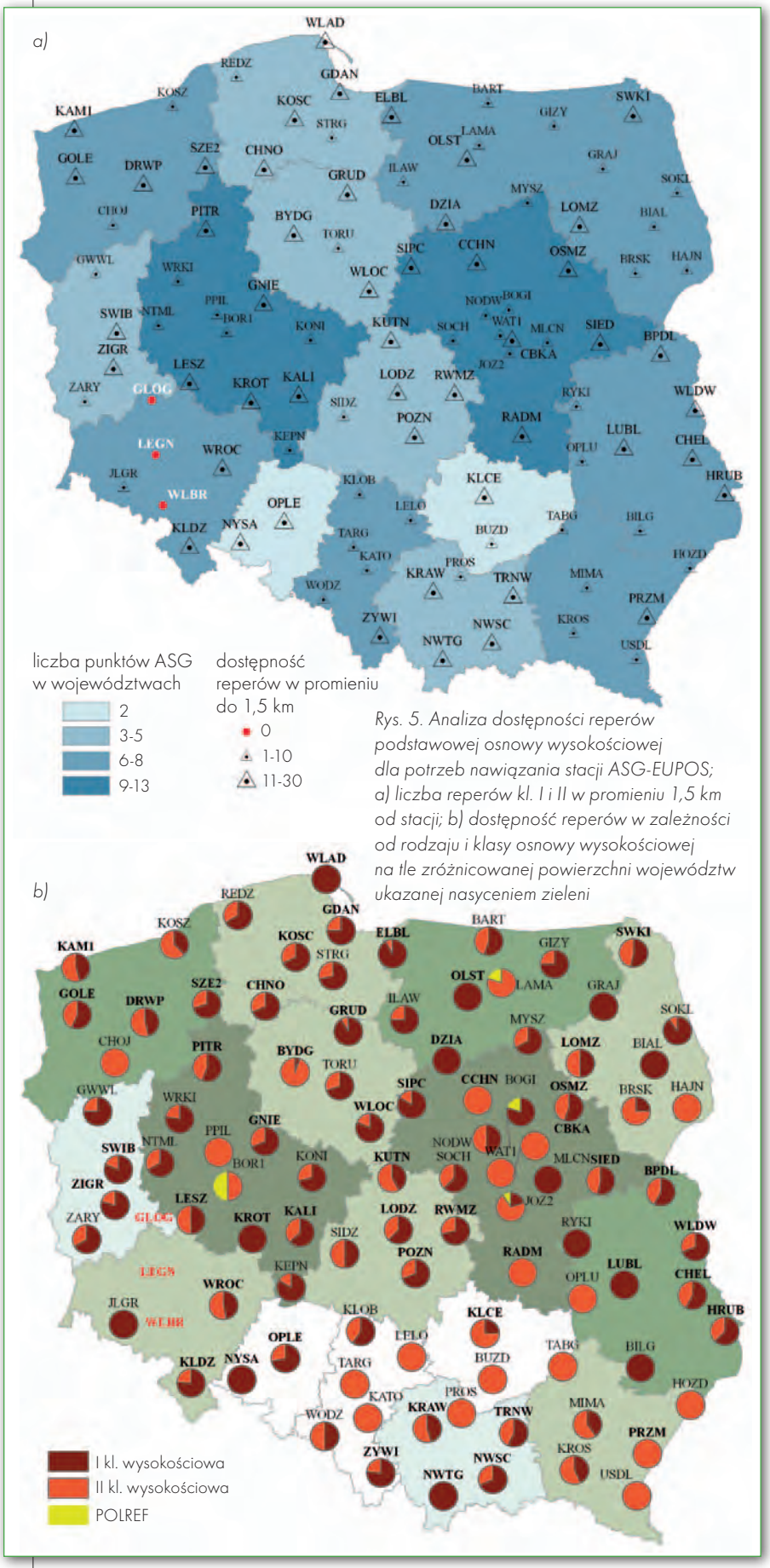
a_{i-j} – azymut geodezyjny kierunku między kolejnymi punktami pomocniczymi $P_i - P_j$.

Ważną informacją, niezbędną do realizacji nawiązania wysokościowego stacji ASG-EUPOS jednym z ww. sposobów, jest dostępność reperów podstawowej osnowy wysokościowej. Z analizy przebiegu ciągów tej osnowy względem stacji ASG-EUPOS wynika, że poza trzema stacjami GLOG (Głogów), LEGN (Legnica) i WLBR (Wałbrzych) wszystkie pozostałe mają w pobliżu (do 1,5 km) przebiegające ciągi osnowy wysokościowej I lub II klasy (rys. 5a).

Z kolei analiza w zakresie rodzaju i klasy osnowy wysokościowej wskazuje, że do nawiązania większości stacji ASG-EUPOS (80%) można wykorzystać osnowę niwelacyjną I klasy (rys. 5b).

KROK W KIERUNKU ZINTEGROWANEJ OSNOWY

Przedstawione powyżej sposoby wyznaczenia wysokości normalnej lub odstępu quasi-geoidy od elipsoidy można zastosować dla punktów, których stabilizacja utrudnia klasyczne, bezpośrednie geodezyjne metody wyznaczeń. Przykładem takich punktów są ARP stacji ASG-EUPOS – instalowane na dachach budynków. Z ekonomicznego punktu widzenia najkorzystniejsze są sposoby (B) i (C), w których wykorzystano bliski punkt



Rys. 5. Analiza dostępności reperów podstawowej osnowy wysokościowej dla potrzeb nawiązania stacji ASG-EUPOS; a) liczba reperów kl. I i II w promieniu 1,5 km od stacji; b) dostępność reperów w zależności od rodzaju i klasy osnowy wysokościowej na tle zróżnicowanej powierzchni województw ukazanej nasyceniem zieleni

pomocniczy oraz punkt pomocniczy na izolinii undulacji quasi-geoidy. Każdy z opisanych sposobów nawiązania wymaga również przeprowadzenia odpowiedniej analizy dokładności wynikającej z zastosowanych danych i wykonanych pomiarów. Istotne znaczenie ma też odległość do najbliższego reperu podstawowej osnowy wysokościowej, gdyż punkty pomocnicze muszą mieć wyznaczone wysokości normalne. Z rozpoznania przeprowadzonego dla wszystkich stacji ASG-EUPOS wynika, że większość stacji zlokalizowana jest w pobliżu ciągów podstawowej osnowy wysokościowej, a nakład pracy wynikający z niwelacyjnego nawiązania będzie niewielki.

Uzupełnienie punktów ASG-EUPOS o dokładne wysokości normalne lub odstępy quasi-geoidy od elipsoidy otworzy nowe możliwości wykorzystania tej sieci. Dzięki precyzyjnie określonej wysokości normalnej punkty ASG-EUPOS będą tworzyć nowoczesną osnowę zintegrowaną i uzupełnią zbiór danych do budowy modelu quasi-geoidy. Włączenie do modelu niemal 100 punktów o precyzyjnie wyznaczonym odstępie quasi-geoidy od elipsoidy wpłynie korzystnie na dokładność modelu. Podjęta w artykule problematyka wynika z aktualnego stanu podstawowej osnowy geodezyjnej kraju oraz z potrzeb praktycznego wykorzystania quasi-geoidy w niwelacyjnych pracach geodezyjnych.

MGR INŻ. ŁUKASZ BOROWSKI,
DR HAB. INŻ. PIOTR BANASIK
(Katedra Geomatyki
Wydział Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska
Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie)
RECENZENT: PROF. WŁADYSŁAW GÓRAL,
(Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie)

Praca wykonana w ramach badań statutowych nr 11.11.150.006

Literatura

•Banasik P., 2007: Wyznaczenie wysokości normalnej oraz charakterystyk pola ciężkościowego dla stacji permanentnej KRAW, Geomatics and Environmental Engineering, 1/1/2007, Kraków;
•Banasik P., Skorupa B., 2008: Charakterystyka nowych punktów przeznaczonych do absolutnych pomiarów ciężkości na obszarze Krakowa, „Acta Scientiarum Polonorum" seria „Geodesia et Descriptio Terrarum", 7(1), Wrocław;
•GUGiK, 2010a: projekt rozporządzenia Rady Ministrów w sprawie osnów geodezyjnych, grawimetrycznych i magnetycznych z 1 września 2010 r., www.gugik.gov.pl;
•GUGiK, 2010b: Integracja podstawowej osnowy geodezyjnej ze stacjami referencyjnymi systemu ASG-EUPOS, warunki techniczne zlecenia, Warszawa;
•Kryński J., 2007: Precyzyjne modelowanie quasi-geoidy na obszarze Polski – wyniki i ocena dokładności, IGiK, Seria Monograficzna nr 14, Warszawa;
•Pażus R., Osada E., Olejnik S., 2001: Geoida niwelacyjna 2001, GEODETA 5/2002, Warszawa;
•Walo J. i in., 2010: Jednolity system grawimetrycznego odniesienia polskich stacji permanentnych GNSS i poligonów geodynamicznych – monografia, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.