

Geodezyjny pomiar jako podstawa do obliczania sił naciągu wciągach – przegląd

Naciągamy liny

STEFAN ZAREMBA

Konstrukcjeciągowe charakteryzują się między innymi tym, że elementami pracującymi głównie na rozciąganie są w nichciągna w postaci lin, kabli czy też wiązek drutów równoległych. Wadą takich konstrukcji jest ich podatność na zmiany sił naciągu wciągach. Wydłużeniaciągów spowodowane różnymi przyczynami wywołują stopniowe zmniejszanie się sił ich naciągu. Powoduje to niekorzystne zmiany warunków stateczności pracy całej konstrukcji. W większości konstrukcji wiszących podstawowym elementem nośnym jest wiotkieciągno. Obciążeniaciągów mogą być:

- równomiernie rozłożone na całej rozpiętości przęsła,
- równomiernie rozłożone na części rozpiętości przęsła,
- w postaci sił skupionych, pionowych i pochylonych.

Obciążenia te mogą działać zarówno w płaszczyźnie zwisuciągna, jak i poza tą płaszczyzną. Również zamocowanie końcówciągna może być tzw. jednoprzęsłowe, którego końce są nieprzesuwnie utwierdzone. Często stosuje się również konstrukcje o sztywnychciągach. Do nich zaliczyć można głównie rurociągi. Ciągno sztywne pracuje inaczej niż wiotkie. Powstają w nim zarówno siły rozciągające, jak i momenty zginające. Sposób ich obliczenia podano w [13].

W praktyce inżynierskiej występuje często potrzeba pomiaru sił w różnego rodzajuciągach różnych konstrukcji metalowych np. dla celów kontrolnych w czasie eksploatacji. Wykonuje się je zazwyczaj za pomocą specjalnych dynamometrów przymocowanych do odciągów w ich końcowych częściach. Jak stwierdzają autorzy pracy [2], sposób taki jest dość kłopotliwy i kosztowny oraz mało przydatny w konstrukcjach już użytkowanych. W pracach [1, 2, 3, 4, 6, 9, 10, 11, 13, 14] przedstawiono sposoby pośredniego pomiaru sił w różnego rodzajuciągach. Dla geodetów ważne są sposoby określenia siły w odciągach za pomocą pomiaru ich geometrii.

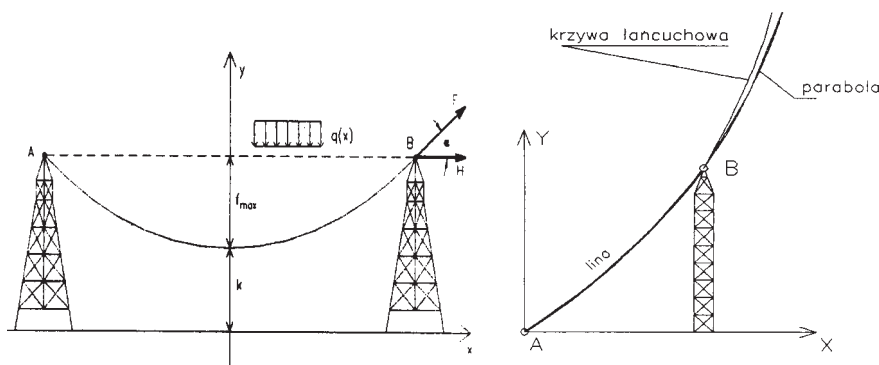
W wielu obiektach inżynierskich, takich jak stalowe maszty, kominy, mosty, występują częstociągna w postaci nośnych elementów konstrukcyjnych. W okresie użytkowania tego rodzaju obiektów niezbędne są okresowe kontrole naciąguciągów w celu sprawdzenia ich wytrzymałości. Ciągna te z reguły nie mają stałych urządzeń do pomiaru sił naciągu. Z konieczności więc do oceny wartości tych sił wykorzystuje się mniej lub bardziej dokładne sposoby pośrednie. Sposoby te polegają na wykorzystaniu wyników pomiarów geodezyjnych zwisającegociągna do ustalenia zależności występujących między kształtemciągna a siłami wewnętrznymi w tymciągnie.

Kształtciągna a siły wewnętrzne – zależności analityczne

Przed zapoznaniem się z pracą układów wiszących należy rozpatrzyć sposoby obliczania elementówciągów, z których

ści liniowych – długości liny, rozpiętości, cięciwy, kąta nachylenia cięciwy, strzałki zwisu – wyznaczonych przez pomiar geodezyjny. Sposób wyznaczania siły naciągu za pośrednictwem pomiaru strzałki zwisu jest powszechnie stosowany podczas prac montażowych. W projekcie montażu powinny być podane wartości strzałek zwisu lin. Według wskazań geodety kontrolującego strzałkę zwisu doprowadza się linę do wymaganej siły naciągu. Należy zaznaczyć, że związek między strzałką zwisu liny a siłą jej naciągu ma charakter przybliżony. W podręcznikach akademickich [9, 13, 18] dotyczących tego zagadnienia znaleźć można wiele konkretnych wzorów i uwag na ten temat. Wielkość składowej poziomej siły H jest nazywana *naciągiem*ciągna.

Postać krzywej zwisuciągna może być określana w różny sposób, a szczególnie rozważania na ten temat przedstawiono w pracy [11]. W literaturze geodezyj-



Rys. 1. Krzywa zwisuciągna o cięciwie: a) – poziomej (podciąg), b) – ukośnej (odciąg)

układy te się składają. Według [13]ciągna stosowane w konstrukcjach można podzielić na wiotkie i sztywne oraz naciągna o małych i dużych strzałkach zwisu. Zawsze występuje w nich obciążenie od ciężaru własnego, równomiernie rozłożonego na całej długościciągna. Ciągna te mogą być zawieszane w poziomie lub ukośnie do poziomu (rys. 1a, b).

W praktyce najczęściej stosuje się sposób pośredni oparty na wykorzystaniu warto-

nej pierwsze rozważania na ten temat opublikowano w artykule [14]. Autor przedstawił wyniki obserwacji punktów osi liny nośnej mostu na Wiśle w postaci wielomianu stopnia drugiego.

Autor publikacji [18] stwierdza, że swobodnie zwisająceciągno pod wpływem ciężaru własnego przyjmuje kształt *linii lancuchowej*, a pod wpływem obciążenia równomiernie rozłożonego wzdłuż cięciwyciągna – *kształt paraboli*. Różnice

między obu krzywymi wyjaśnia poglądowo rys. 2. Teoretycznie równanie paraboli otrzymuje się przez rozwinięcie równania (1) krzywej łańcuchowej w szereg Taylora i pozostawieniu dwóch wyrazów tego szeregu [16]. W praktyce [13] kształt ciężna i jego strzałka zwisu zmienia się w zależności od rodzaju i miejsca przyłożenia różnego rodzaju obciążeń działających na ciężno.

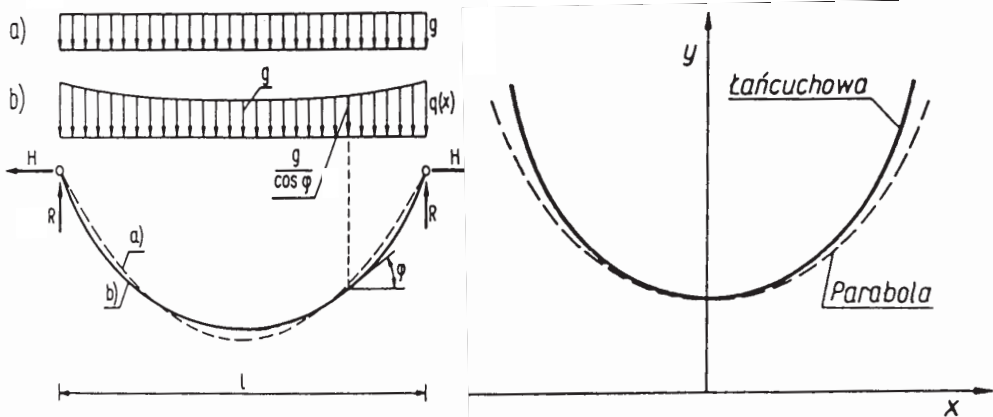
W miarę zmniejszania się stosunku f/l różnice między obu krzywymi maleją (dla ciężni płaskich $f/l \leq 0,1$ wyniki obarczone są błędem nie większym niż 1%). Wyjątek stanowią kable mostów wiszących o dużych rozpiętościach, gdzie błąd tego rzędu jest niedopuszczalny. Szczegółowe rozważania na temat wpływu sposobu przedstawiania ciężni w postaci różnych krzywych na wartości sił w tych ciężniach znaleźć można w literaturze [9, 11, 13]. Warto i trzeba się z nimi zapoznać przed przystąpieniem do geodezyjnego pomiaru różnego rodzaju ciężni. Należy zauważyć i uwzględnić fakt, że w klasycznych podręcznikach dotyczących ustrojów ciężnowych w budownictwie stalowym w większości przypadków do obliczania sił naciągu stosuje się wielkość strzałki zwisu ciężna.

Obecnie coraz częściej proponowany jest sposób polegający na wyznaczeniu współrzędnych x, y określonej liczby pomierzonych punktów liny [1, 3, 10, 11, 14]. Ciekawy sposób w tym zakresie przedstawili autorzy pracy [3], gdzie oprócz współrzędnych x, y wykorzystują jeszcze dodatkowo wyznaczone elementy linowo-kątowe ciężna, które „wzmocniają” schemat obliczeniowy i stanowią dodatkową kontrolę obliczeń. Natomiast autorzy [1, 11, 14] proponują obliczać siły naciągu w linach na podstawie znajomości parametru k krzywej łańcuchowej opisującej krzywą zwisu ciężna. Polega on na opisanie (aproxymacji) zwisu liny krzywą łańcuchową o równaniu:

$$y = k \cosh(x/k) \quad (1)$$

Niejednokrotnie do równania (1) wprowadza się dodatkowo dwa parametry x_0, y_0 [1, 11] jako przesunięcie (translacje) dodatkowego układu współrzędnych. Parametr k posiada interpretację geometryczną (rys. 1) oraz strukturalno-dynamiczną (fizyczną), jako stosunek rzutu poziomego siły naciągu H do ciężaru jednostkowego liny q , czyli:

$$k = \frac{H}{q} \quad (2)$$



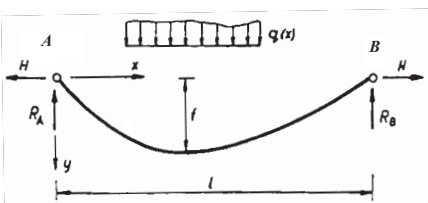
Rys. 2a, b. Analogia linii zwisu ciężna pomiędzy: a) parabolą, b) krzywą łańcuchową – wg [18], [9]

Szczegółowe rozważania i przykłady zastosowania tego wzoru do obliczeń przedstawiono w literaturze [10, 11, 14]. W literaturze [16] wyprowadzony jest wzór na wyznaczenie wartości parametru k na podstawie znajomości strzałki zwisu f oraz poziomej odległości l pomiędzy punktami zamocowania liny w postaci

$$k \cong \frac{(l/2)^2}{2f} \quad (3)$$

Należy zauważyć, że dane potrzebne do obliczenia parametru k wg wzoru (3) bardzo łatwo można wyznaczyć w terenie. Autor artykułu [14] stwierdza, że parametr k jest kluczem do obliczania wszelkich wielkości pochodnych (strzałki zwisu, długości liny). W publikacji [9] znaleźć można przybliżone sposoby graficznego określania krzywych łańcuchowych, natomiast w [6] przedstawiono kilka wykresów tych krzywych dla różnych wartości parametru k .

W artykule [3] przedstawiono uniwersalny – jak piszą Autorzy – sposób obliczenia wartości siły w ciężnie na podstawie wyznaczonych w terenie wartości x, y punktów liny. Omówiono również wpływ zmian temperatury i przemieszczenia podpór na wartość siły H . Całość rozważań zilustrowano przykładem liczbowym. Wyniki przedstawione w tym artykule posłużyły również



Rys. 3. Ciężno o cięciu poziomej pod wpływem dowolnego obciążenia $q(x)$

autorowi prac [10, 11] do niezależnego określenia kształtu krzywej tego samego ciężna i określenia sił na podstawie parametru k krzywej łańcuchowej opisującej to ciężno.

W literaturze [9, 13] poziomą wartość siły naciągu H w ciężnie oblicza się korzystając z założenia, że całkowity moment zginający M (tzw. belkowy [13]) w dowolnym punkcie osi ciężna (rys. 3) ma wartość zerową, tj.

$$\sum M - H \times y = 0 \quad (4)$$

Z równania (4) otrzymuje się proste związki do wyznaczenia:

■ maksymalnej rzędnej zwisu ciężna w postaci

$$f = \frac{M_{\max}}{H} \quad (5)$$

■ wartość poziomej siły naciągu w ciężnie w postaci

$$H = \frac{M_{\max}}{f} \quad (6)$$

W szczególnym przypadku – obciążenia równomiernie rozłożonego $q(x) = q = \text{const}$ (rys. 3), wartość poziomego naciągu ciężna H oblicza się wg wzoru przybliżonego w postaci

$$H \cong \frac{ql^2}{8f} \quad (7)$$

Autor [9] podkreśla, że praktyczna przydatność wzoru (7) do obliczania wartości siły H jest ograniczona do przypadków, w których rzędne osi ciężna (maksymalna strzałka zwisu f) znane są z pomiarów geodezyjnych. Na etapie projektowania przyjęta strzałka zwisu ciężna różni się od strzałki zwisu w trakcie eksploatacji wskutek sprężystych wydłużeń ciężna [9, 13].

W związku z tym naciąg H ciężna wyznaczany jest z równania uwzględniającego za-

leżność pomiędzy początkową a końcową długością ciężna. W literaturze [13, 18] podane są wzory ściśle i przybliżone do obliczania długości ciężna i wartości siły naciągu H . Istotny jest w tym przypadku wpływ zmiany obciążenia na wartość naciągu liny. Przedstawione szczegółowe rozważania w tej sprawie dowodzą, że między przyrostem obciążenia a przyrostem siły w ciężnie istnieje pewna nieliniowa zależność. Fakt ten jest spowodowany tym, że pod wpływem wzrastającego obciążenia wzrasta też zwis ciężna, co prowadzi do redukcji siły w ciężnie. Stopień nieliniowości jest tym większy, im sztywność ciężna na rozciąganie jest mniejsza. Również zmiany temperatury ciężna w czasie pomiaru i przemieszczenia jego podpór mają duży wpływ na wartość siły w ciężnie. Wpływ ten jest szczególnie istotny w przypadku płaskich ciężni mających małe strzałki zwisu (należy je zatem mierzyć z większą dokładnością). Spadek temperatury oraz wydłużenie ciężni mogą powodować znaczny przyrost siły w ciężnie, a wzrost temperatury lub skrócenie ciężni przyczyniają się do jej zmniejszenia.

Na podstawie wyników konkretnych przykładów liczbowych autorzy [9, str. 63] przedstawiają (istotne z punktu widzenia pomiarów geodezyjnych) wnioski dotyczące zależności między zmianą długości ciężni Δl a zmianą siły w ciężnie ΔH . Zależność ta w teorii ustrojów ciężnowych jest bardzo ważna. Tangens kąta nachylenia stycznej do krzywej określa sztywność ciężna na rozciąganie i zależy od takich czynników, jak np.:

- kształt ciężna (stosunek f/l),
- wielkość obciążenia działającego na ciężno,
- wielkość przemieszczeń podpór ciężna.

W przypadku ciężni o ciężniach ukośnych nie można korzystać z zależności służących do przybliżonego określenia długości ciężna. Zależności te są ważne tylko w przypadku małych kątów α (rys. 1). Założenia tego nie spełniają ciężna, których ciężni mają duże kąty nachylenia α do poziomu ($\alpha > 30^\circ$), nawet w przypadku małych lub bardzo małych zwisów ciężni, typowych w odciągach masztów.

Dla celów praktyki inżynierskiej Autorzy [9, 13, 18] wyprowadzają równania ciężna zarówno zawieszzonego w poziomie, jak i ciężna o ciężni ukośnej (rys. 1a, b). W równaniach tych występują takie wielkości, jak: l , h , α , które geodeta powinien wyznaczyć w czasie pomiaru. Przed przystąpieniem do pomiaru konkretnej konstrukcji ciężnowej geodeta powinien

uzgodnić z konstruktorem, które elementy i z jaką dokładnością należy pomierzyć. Ma to istotny wpływ na wybór metodyki pomiaru, zakresu pomiaru, sposobu przedstawienia wyników (krzywa łańcuchowa, parabola, strzałka zwisu) oraz potrzebnej – z punktu widzenia konstruktora – dokładności samego pomiaru. Wyczerpujące informacje na ten temat można znaleźć w dostępnej literaturze, jak chociażby [1, 6, 7, 8, 12, 14, 17].

Podsumowanie

Przedstawione rozważania mogą być podstawą do sformułowania następujących wniosków praktycznych:

1. Większość wzorów na obliczanie sił naciągu w ciężnach różnych konstrukcji inżynierskich w literaturze tego przedmiotu wykorzystuje znajomość wartości strzałki zwisu liny (dodatkowe elementy to l , h , α), które należy pomierzyć bezpośrednio w terenie.
2. Porównania wyników obliczeń sił naciągu lin przedstawionych w postaci różnych krzywych, np. krzywej łańcuchowej i paraboli, nie mają znaczenia dla praktyki inżynierskiej w dziedzinie konstrukcji ciężnowych. Porównując krzywą łańcuchową z parabolą należy uwzględnić uwagi podane w literaturze [9, str. 52, 53]. Sedno zagadnienia polega bowiem na rodzaju obciążenia i sposobie umocowania ciężna.
3. Wyciąganie wniosków odnośnie występujących sił w ciężnach różnych konstrukcji na podstawie pomiarów geodezyjnych powinno być każdorazowo konsultowane bądź pozostawione w gestii specjalistów z dziedziny budownictwa stalowego.
4. W celu porównania aktualnych sił sprężających eksploatowane konstrukcje ciężnowe z siłami wyjściowymi – założonymi w projekcie – nie można zaniedbywać wydłużeń lin wynikających z ich różnej charakterystyki sprężystej oraz wpływu temperatury i przemieszczeń konstrukcji wsporczej. Dla ciężni o dużych zwisach ($f/l > 0,1$) pominięcie wydłużalności liny nie prowadzi do istotnych błędów, natomiast w przypadku ciężni płaskich nawet stosunkowo małe zmiany długości mają znaczący wpływ na geometryczny kształt i wielkość siły w ciężnach [13, 18]. Każda lina powinna mieć założoną *metrykę* wydłużeń z aktualnie wyznaczonymi długościami między trwałymi oznaczonymi punktami.

Autor jest pracownikiem naukowo-dydaktycznym Zakładu Geodezji Instytutu Geotechniki i Hydrotechniki Politechniki Wrocławskiej

Literatura:

- [1] Adamczewski Z., *Krzywa łańcuchowa jako linia realna*, „Przegląd Geodezyjny”, nr 4/1992
- [2] Bodarski Z., Cabaj J., *Sposoby pomiaru sił w odciągach*, „Inżynieria i Budownictwo”, nr 4/1989
- [3] Bodarski Z., Cabaj J., *Uniwersalny sposób oceny sił w ciężnach*, „Inżynieria i Budownictwo” nr 9/1995
- [4] Cisek A., Rykaluk K., Traczewski W., Ubysz I., *Badanie przemieszczeń konstrukcji nośnej gazociągu we Wrocławiu*, Raport serii SPR nr 422/87 Instytutu Geotechniki i Hydrotechniki Politechniki Wrocławskiej
- [5] Gocał J., *Eliminowanie wpływów termicznych w pomiarach strzałki zwisu lin*, Zeszyty Naukowe AGH s. Geodezja z. 73/1982
- [6] Gogoliński M. i W., *Krzywa łańcuchowa*, „Przegląd Geodezyjny” nr 7/1976
- [7] Gmoliński T., *Pomiar strzałek zwisu liny naciągowej masztu*, „Geodezja i Kartografia” nr 2/1957
- [8] Grała M., *Porównanie wyników pomiaru strzałek zwisu lin odciągowych masztu metodą trygonometryczną i fotogrametryczną*, „Przegląd Geodezyjny” nr 10/1973
- [9] Hajduk J., Osiecki J., *Ustroje ciężnowe – teoria i obliczanie*, WNT – Warszawa 1970.
- [10] Janusz J., *Zautomatyzowany sposób geodezyjnego pomiaru oraz obliczania sił naciągu i wydłużeń ciężna*, „Inżynieria i Budownictwo” nr 6/1996
- [11] Janusz J., *Metodyka geodezyjnego badania naprężeń i wydłużeń lin w konstrukcjach ciężnowych*, Prace Instytutu Geodezji i Kartografii t. XLIII z. 94, Warszawa 1996
- [12] Jerczyński K., *Inwentaryzacja geodezyjna masztu RTV podstawą projektowania i budowy nowego masztu w bezpośrednim sąsiedztwie*, „Przegląd Geodezyjny” nr 8-9/1984
- [13] Kaczurin W.K., *Teoria konstrukcji wiszących*, Arkady, Warszawa 1965
- [14] Kolondra L., *Próba kompleksowego opracowania wyników terroftogrametrycznego pomiaru sił naciągu lin odciągowych masztu antenowego*, Zeszyty Naukowe AGH, s. Geodezja 1984
- [15] Koronowski R., *Badanie odkształceń mostów wiszących. Materiały IV Krajowej Konferencji Katedr Geodezji Wydziałów Niegeodezyjnych*, Politechnika Warszawska 1965
- [16] Niczyporowicz E., *Krzywe płaskie*, PWN – Warszawa 1991
- [17] Tymowski S.J., *Strzałka zwisu i jej pomiar*, „Przegląd Geodezyjny” nr 7/1971
- [18] Palkowski Sz., *Konstrukcje ciężnowe*, WNT – Warszawa 1994