

Błędy średnie mierzonych szczegółów terenowych
w aspekcie współczesnych technologii pomiarów i obliczeń geodezyjnych

Wyrównanie ściste dla wszystkich

JERZY GAJDEK

Trzeba wprowadzić obligatoryjność wyrównań wszystkich sposobów rozwinięć osnowy pomiarowej metodą ścistą, czyli najmniejszych kwadratów. Takie moduły obliczeniowe zawierają aktualnie wszystkie oferowane na rynku geodezyjnym pakiety programowe. P rzybliżone metody obliczeń należy odłożyć do lamusa, a rozważania o odchyłkach liniowych w ciągach poligonowych powinny chyba mieć charakter teoretyczny, a nie praktyczny, i tym samym powinny zniknąć z instrukcji technicznych.

Najnowocześniejsze aktualnie metody pomiarów szczegółów terenowych, czyli pozyskiwania produktu finalnego w postaci punktu o określonych współrzędnych, to:

- technologia GPS,
- pomiary tachimetrami elektronicznymi,
- pomiary tachimetrami z wbudowanymi modułami GPS.

Podstawowym miernikiem wartości określanych współrzędnych szczegółów terenowych powinny być **błędy średnie** utożsamiane ogólnie z pojęciem tolerancji dokładnościowej. W przypadku technologii GPS błędy średnie są jednym ze składników algorytmu obliczeniowego, niepotrzebne są tutaj żadne dodatkowe zabiegi obliczeniowe. Wypada jednak w tym miejscu zaznaczyć, że bezpośredni pomiar szczegółów terenowych z udziałem technologii GPS, np. [1], jest wykonywany aktualnie jeszcze w niewielkim zakresie, co uwarunkowane jest względami ekonomicznymi i technicznymi, ale rokowania na najbliższą przyszłość są optymistyczne. Na razie dominuje jednak metoda biegunowa z elektromagnetycznym pomiarem odległości, co zapewniają tachimetry elektroniczne i teodolity z elektromagnetycznymi nasadkami dalmierzczymi, przy czym nie wyklucza się jeszcze dalmierzy i nasadek dwuobrazowych oraz przymiarów wstęgowych. Jak na początku nadmieniono, kompletny produkt oprócz współrzędnych powinien również zawierać wspomniane błędy średnie, jeżeli nie wszystkich, to wybranych punktów. Taka potrzeba oczywista w wielu rozważaniach jest również zauważona w dyskusji redakcyjnej z udziałem pana sędziego Eugeniusza Mzyka przytoczonej w miesięczniku GEODETA [5]. Po przeanalizowaniu problemów w tej dyskusji przedstawionych można stwierdzić, że znaki graniczne działek to arystokracja wśród szczegółów I grupy dokładnościowej, ponieważ ostatecznie określają powierzchnię, której 1 m² w okre-

ślonych warunkach może osiągnąć zawrotną cenę (np. wokolicy Pałacu Kultury w Warszawie ok. 2,5 tys. USD za 1 m²). Ale i tam, gdzie ceny gruntu są – nazwijmy to – „normalne”, istnieje potrzeba ustosunkowania się do tego, czy obliczone wcześniej przez geodetę X współrzędne znaku granicznego mieszczą się w dopuszczalnych granicach określonych błędem średnim, po kontrolnym pomierzeniu ich przez geodetę Y przy okazji np. wykonywania podziału na sąsiedniej działce. A ponieważ niektórzy „specjaliści” potrafili w przeszłości (a może jeszcze tak robią?) wykonywać podziały nie wychodząc z pomiarem w teren, pomiar kontrolny jest jak najbardziej uzasadniony.

Wydana w 1979 roku i znowelizowana zarządzeniem nr 7 prezesa GUGiK z 23 lipca 1983 r. Instrukcja Techniczna G-4 „Pomiary sytuacyjne i wysokościowe” [6] w sposób niejawni określa wartości błędów średnich mierzonych szczegółów. W przypadku metody biegunowej są one zawarte w tabeli III instrukcji G-4 i są to parametry dla różnych zestawów pomiarowych, a to:

- dokładności pomiaru kierunków – m_k ($m_A = m_k \cdot \sqrt{2}$, gdzie A – azymut),
- dopuszczalne długości celowych – d,
- dokładności pomiaru odległości – m_d .

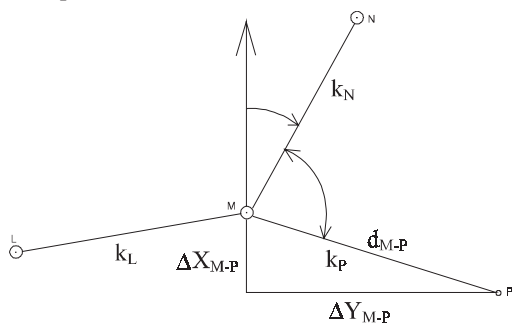
Korzystając z powszechnie znanego wzoru na błąd średni funkcji Gaussa, czyli z tzw. prawa przenoszenia się błędów średnich, możemy jednak ujawnić te błędy średnie przedstawione w postaci parametrów.

Na rysunku obok przedstawioną mamy sytuację opisaną w § 33 instrukcji G-4. Po zaobserwowaniu kierunków nawiązujących k_L i k_N dokonujemy zapisów kierunków i długości na mierzone punkty, w tym na punkt P – k_P i d_{M-P} . Jest sprawą oczywistą, jak

obliczyć jego współrzędne, natomiast jego błąd średni obliczony zostanie na podstawie błędów przyrostów współrzędnych $m_{\Delta X}$ i $m_{\Delta Y}$, zgodnie z obowiązującą zasadą, że położenie szczegółów terenowych wyznacza się względem najbliższych elementów osnowy pomiarowej przyjętej za bezbłędną:

$$m_P = \sqrt{m_{\Delta X}^2 + m_{\Delta Y}^2} \quad (1)$$

Wypada jednak zauważyć, że zasada ta nie jest jednoznacznie określona w instrukcji G-4. Swoje umocowanie ma w § 4 instrukcji G-1, który traktuje o osnowach: „Błędy średnie należy obliczać przy założeniu bezbłądności punktów nawiazania”.



Po zróżniczkowaniu wzorów:

$$\Delta X = d \cos A \quad (2)$$

$$\Delta Y = d \sin A \quad (3)$$

a następnie po przekształceniach i uporządkowaniu otrzymamy ogólny wzór na błąd średni dla dowolnego punktu P:

$$m_P = \sqrt{m_d^2 + \frac{d^2 m_A^2}{\rho^2}} \quad (4)$$

Zestaw pomiarowy – stosowany sprzęt	Grupa dokładnościowa								
	I			II			III		
	d	m_d	m_A	d	m_d	m_A	d	m_d	m_A
	m_P			m_P			m_P		
1. Dalmierze dwuobrazowe	120 m	0,05 m	1,41°	150 m	0,05 m	1,41°	150 m	0,10 m	2,83°
	0,057 m			0,060 m			0,105 m		
2. Tachimetry elektroniczne, teodolity z nasadkami elektromagnetycznymi	700 m	0,05 m	1,41°	2000 m	0,05 m	1,41°	3500 m	0,10 m	1,41°
	0,163 m			0,446 m			0,782 m		
3. Przyrządy wstępowe (pomiar bezpośredni)	50 m	0,05 m	2,83°	50 m	0,05 m	14,1°	50 m	0,10 m	28,2°
	0,055 m			0,122 m			0,244 m		

Ponieważ azymut do dowolnego punktu P zdeterminowany jest bezbłędnym azymutem do głównego kierunku nawiazującego (dłuższa celowa) i różnicą odpowiednich kierunków:

$$A_{M-P} = A_{M-N} + k_P - k_N, \quad (5)$$

jego błąd m_A będzie wynosił $m_k * \sqrt{2}$ (co wcześniej też zaznaczono). Wyliczmy zatem błąd średni położenia punktu pomierzonego tachimetrem przy odległości 700 m, błędzie pomiaru kierunku $m_k = 1^\circ$, co oznacza $m_A = 1^\circ * \sqrt{2} = 1,41^\circ$ i $m_d = 0,05$ m.

W podobny sposób zostały obliczone wszystkie błędy średnie i zestawione w tabeli powyżej wraz z parametrami dla poszczególnych grup dokładnościowych pomiaru szczegółów terenowych i zestawów pomiarowych (z tabeli III w instrukcji G-4). Analiza wyliczonych błędów średnich nasuwa podstawowy wniosek – autorzy instrukcji nie zapewnili właściwej korelacji pomiędzy poszczególnymi parametrami w proponowanych zestawach pomiarowych i chyba niepotrzebnie ustalili tak znaczne celowe (d) dla zestawu 2. Praktyka dowodzi, że niezmiernie rzadko mogły mieć zastosowanie. **Honorując jednak zapisy obowiązującej od 1979 roku instrukcji G-4 należy uznać błędy średnie obliczone dla zestawu 2 za maksymalne**, pod warunkiem przestrzegania przewidzianych tą instrukcją zasad zagęszczania osnowy pomiarowej i uzyskiwania dopu-

Biuro Geodezyjne **GEOSYSTEM** Janusz Mitura

31-934 Kraków, Centrum E 25 m. 19

tel./faks (0 12) 643-67-46, tel. kom. (0 501) 487-378

www.geosystem.krakow.pl; e-mail: geosystem@geosystem.krakow.pl

oferuje:

programy geodezyjne dla kalkulatorów z algebraicznym systemem operacyjnym (TEXAS INSTRUMENTS™)

oraz

programy „na życzenie”

● alternatywne dla znanych programów komputerowych oraz poszerzające zakres oferowanych przez nie obliczeń geodezyjnych

● nieporównywalnie tańsze w eksploatacji

● niezawodne i proste w obsłudze

szczalnych odchyłek, w szczególności tej najbardziej klarownej, że $m_{P(\text{osnowy pomiarowej})} \leq 0,20$ m uzyskanej w wyniku wyrównania ścisłego. Wszystkie pomiary kontrolne, które wykazą rozbieżności mniejsze lub równe **0,16 m**, należy uznać za tożsame z wcześniej wykonanymi. Właśnie w tym sensie „granica jest jedna”, jak stwierdził pan sędzia Eugeniusz Mzyk we wspomnianej dyskusji redakcyjnej [5]. Celowo przytoczyłem tutaj jedną liczbę – 0,16 m, ponieważ na dobrą sprawę wszelkie analizy będą dotyczyć w zasadzie szczegółów terenowych I grupy dokładnościowej, gdzie z kolei zdecydowanym liderem będą znaki graniczne działek. Analizę dokładnościową metody domiarów prostokątnych, aktualnie chyba już nie stosowaną, pomijam, ufając zapisowi w § 31 instrukcji G-4, że metoda biegunowa, przy zastosowaniu pomiaru odległości dalmierzami, odpowiada pod względem dokładności metodzie domiarów prostokątnych, co automatycznie oznaczać powinno „kompatybilność” rozważań o dopuszczalności lub niedopuszczalności rozbieżności wyników na styku tych metod.

Z kolei po rozważaniach o technologiach pomiarów należy ustosunkować się do metod obliczeń geodezyjnych. Nowela do instrukcji G-4 z 1983 r. zawiera bardzo nowoczesny zapis, a mianowicie „punkty osnowy pomiarowej wyznaczają się ze średnim błędem położenia nie większym od 0,20 m”. Zapis ten jest jednak praktycznie martwy. Aby miał zastosowanie, trzeba wprowadzić **obligatoryjność** wyrównań wszystkich sposobów rozwinięć osnowy pomiarowej (poligonizacja – ciągi sytuacyjne, wcięcia kątowe, liniowe, kątowno-liniowe, linie pomiarowe) metodą ścisłą, czyli najmniejszych kwadratów. Takie moduły obliczeniowe zawierają aktualnie wszystkie oferowane na rynku geodezyjnym pakiety programowe. Przybliżone metody obliczeń należy odłożyć do lamusa, a rozważania o odchyłkach liniowych w ciągach poligonowych chyba powinny mieć charakter teoretyczny, a nie praktyczny, co sugeruje mój kolega z ławy akademickiej w [8], i tym samym powinny zniknąć z instrukcji technicznych jako bezprzedmiotowe, i jednocześnie mało czytelne dla wykonawców-praktyków.

W przypadku ciągów poligonowych (sytuacyjnych) metoda

ścisła oprócz informacji o błędach średnich umożliwia włączenie do wyrównania wszystkich dodatkowych obserwacji, co znakomicie podnosi dokładność ciągu, daje możliwość zdiagnozowania wszystkich punktów nawiązania – jednym słowem jest metodą **bezcenną**. Już cztery lata temu wyrażałem w [3] i [4] opinie o wyłącznym stosowaniu metody ścisłej. W opracowaniu [2] autorzy również krytycznie odnoszą się do instrukcji G-4 i proponują przyjąć za kryterium dokładnościowe pomiaru szczegółów błąd średni pośredniego wyznaczenia długości odcinka, zauważając, że punkty tego samego obiektu mogą być mierzone tak z maksymalnego rozwinięcia osnowy pomiarowej, jak i bezpośrednio z osnowy szczegółowej. Jednakowe potraktowanie tych punktów za bezbłędne w stosunku do mierzonych punktów obiektu jest poważnym uproszczeniem, z czym każdy czytelnik się zgodzi. A może by tak zmienić filozofię w sprawie bezbłędności punktów osnowy odpowiednio w stosunku do siebie i odnosić ich błędy oraz błędy mierzonych szczegółów terenowych zawsze do bezbłędnej płaszczyzny odwzorowania?

Autor jest pracownikiem Zakładu Geodezji Politechniki Rzeszowskiej

Literatura:

- [1] **Balut A., Góral W.**, *Zastosowanie technologii GPS do wyznaczania współrzędnych znaków granicznych w Tatrach*, Wydawnictwa AGH 1996 Geodezja Tom 2
- [2] **Beluch J., Gąsiorek M.**, *Analiza sytuacyjnej osnowy pomiarowej zakładanej z wykorzystaniem pojedynczych wcięć kątowno-liniowych*, Wydawnictwa AGH 1996 Geodezja Tom 2
- [3] **Gajdek J.**, *Osnowy pomiarowo-realizacyjne inaczej*, „Przegląd Geodezyjny” 2/1995
- [4] **Gajdek J.**, *O kulturze technicznej i fantazji geodezyjnej*, „Przegląd Geodezyjny” 7/1995
- [5] GEODETA 12/1998 Dyskusja redakcyjna *Temat granic nie zna granic*
- [6] *Instrukcja Techniczna G-4 „Pomiary sytuacyjne i wysokościowe”*, Warszawa 1979
- [7] *Instrukcja Techniczna G-1 „Pozzioma osnowa geodezyjna”*, Warszawa 1986
- [8] **Malarski R.**, *Przewidywane graniczne odchyłki liniowe ciągów poligonowych a wytyczne techniczne do pomiaru osnow szczegółowych i pomiarowych*, „Przegląd Geodezyjny” 7/1998

Odbiorniki GPS



**DASSAULT
SERCEL NP**
NAVIGATION POSITIONING

Seria SCORPIO 6000

- ◆ odbiorniki jedno- i dwuczęstotliwościowe
- ◆ systemy do pomiarów w czasie rzeczywistym (zasięg do 40 km)
- ◆ dokładność ±(5mm+1ppm)
- ◆ łatwa rozbudowa systemu



TOPCON

TOPCON GP-SX1

- ◆ jednoczęstotliwościowy 12 kanałowy odbiornik GPS
- ◆ dokładność ±(5mm + 1 ppm)
- ◆ prosta obsługa
- ◆ waga poniżej 1 kg
- ◆ wodoszczelność IPX-6
- ◆ dostępny także w wersji RTK

T.P.I. sp. z o.o.

01-229 WARSZAWA, ul. Wolska 69
tel/fax: (0-22) 632 91 40
<http://www.topcon.com.pl>

Pełne szkolenie, sprzedaż ratalna.

Serwis gwarancyjny i pogwarancyjny.

**MOŻLIWOŚĆ
POKAZU U KLIENTA**