

Geoida dla Polski już w Internecie

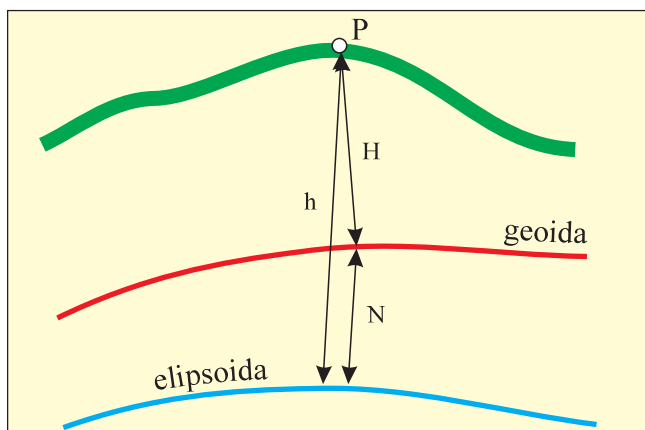
ADAM ŁYSZKOWICZ

Jak wiadomo, geoida to taka powierzchnia, na której „wylana woda” pozostaje w bezruchu, gdyż jest to powierzchnia pozioma. Praktyczna realizacja tej powierzchni polega na związaniu jej poprzez mareograf ze średnim poziomem morza. Wysokości topograficzne, jakie widzimy na mapach, są liczone właśnie od tej powierzchni.

W moim geodezyjnym życiu miałem okazję fascynować się coraz doskonalszymi technikami pomiarowymi i obliczeniowymi. Obecnie jestem pod silnym wrażeniem dynamicznego wchodzenia do praktyki mierniczej technologii GPS. Technika ta pozwala szybko i prawie w każdych warunkach wyznaczyć położenie punktu i jego wysokość. Niestety, wysokości z pomiarów GPS nie są wysokościami, z jakimi spotykamy się na co dzień. Wysokości te są liczone nie od geoidy, lecz od elipsoidy. Na szczęście wysokości elipsoidalne z pomiarów GPS (h) łatwo przeliczyć na wysokości względem średniego poziomu morza (H), posługując się następującym wzorem:

$$H = h - N. \quad (1)$$

W tym celu niezbędna jest znajomość przebiegu geoidy (rys. 1). Na obszarze Polski odstęp geoidy (N) od geocentrycznej elipsoidy GRS80 zmienia się w granicach od 28 do 43 m.



Rysunek 1. H – wysokości względem średniego poziomu morza, h – wysokość elipsoidalna z pomiarów GPS, N – odstęp geoidy od geocentrycznej elipsoidy

W praktyce znacznie częściej dokonujemy względnych wyznaczeń wysokości i wówczas wzór (1) przyjmuje postać:

$$\Delta H = \Delta h - \Delta N, \quad (2)$$

co oznacza, że różnica wysokości z klasycznej niwelacji nie jest równa różnicy wysokości z pomiarów GPS z powodu wyrazu ΔN , który na terenie Polski przyjmuje wartość do 10 cm/1 km. Oznacza to, że w praktyce nie zawsze znajomość geoidy jest konieczna. W przypadku, gdy zadowala nas dokładność wyznaczenia różnicy wysokości rzędu 10 centymetrów, wielkość ΔN można zaniedbać i przyjąć, że $\Delta H \approx \Delta h$. W każdej innej sytuacji konieczna jest znajomość geoidy.

W niniejszej pracy zostaną przedstawione rezultaty badań prowadzonych przez autora dotyczące wyznaczenia precyzyjnej geoidy dla obszaru Polski. Głównym celem tej działalności było dostarczenie dla dużej rzeszy użytkowników techniki GPS odpowiedniej geoidy poprzez Internet.

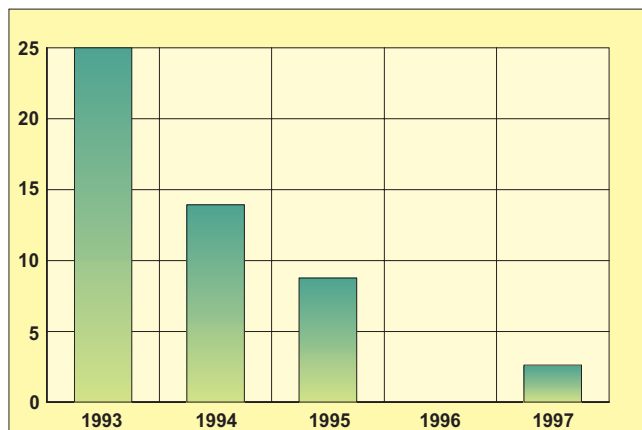
Grawimetryczne modele geoidy*

Teoria badania figury Ziemi zapewne każdemu geodecie kojarzy się z profesorem Marcinem Barlikiem i z niezliczoną liczbą wzorów matematycznych. Ostatecznie okazuje się, że odstęp geoidy od elipsoidy można wyznaczyć ze wzoru Stokesa:

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_S DgS(\psi) d\sigma, \quad (3)$$

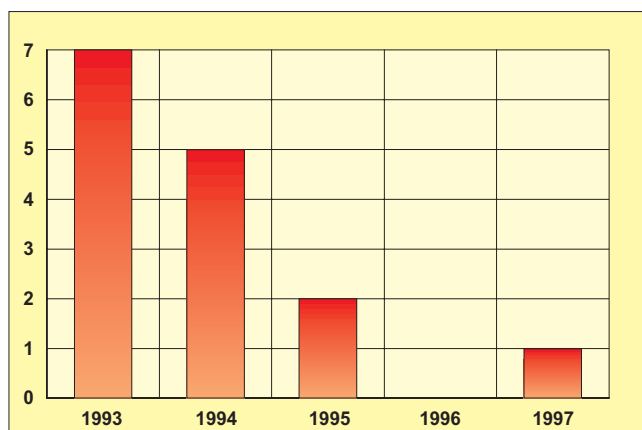
gdzie R jest średnim promieniem ziemskim, γ jest średnim przyspieszeniem ziemskim, Dg jest anomalią grawimetryczną, ψ jest odległością sferyczną między wyznaczanym punktem a elementem $d\sigma$, $S(\psi)$ jest funkcją Stokesa, a $d\sigma$ jest elementem powierzchni całkowania. Całkowanie przebiega po całej powierzchni Ziemi. W praktyce oznacza to, że w celu obliczenia pojedynczego odstępu geoidy od elipsoidy wymagana jest znajomość przyspieszenia siły ciężkości w każdym punkcie globu ziemskiego.

W 1849 roku, gdy Stokes wyprowadził swój słynny wzór, i przez wiele następných lat brak dostatecznej liczby pomiarów grawimetrycznych uniemożliwiał jego praktyczną realizację. Sytuacja ta zmieniła się radykalnie w latach siedemdziesiątych tego stulecia, gdy liczba naziemnych pomiarów grawimetrycznych przekroczyła kilkadziesiąt milionów. W ostatnich latach satelitarne misje altimetryczne dostarczyły cennych informacji o polu siły ciężkości na niedostępnych do tej pory obszarach mórz i oceanów ($\approx 70\%$ powierzchni Ziemi).



Wykres 1. Wzrost bezwzględnej dokładności (w cm) kolejnych wersji grawimetrycznej geoidy dla obszaru Polski wyraża się coraz mniejszym błędem średnim

Pierwsza grawimetryczna geoida dla obszaru Polski została obliczona przez autora w 1993 roku (Łyszkowicz, 1993). Dokładność tego rozwiązania charakteryzuje się błędem bezwzględnym rzędu ± 25 cm (wykres 1) i rozdzielczością około 10 km. Względna dokładność, czyli dokładność różnicy odstępów geoidy (ΔN), jest znacznie lepsza i wynosi około 7 cm na 100 km (wykres 2). W następnych latach autor kontynuował prace nad udoskonaleniem modelu geoidy na obszarze Polski. Dostęp do nowych danych grawimetrycznych i topograficznych umożliwił wyznaczenie w 1994 roku kolejnej wersji geoidy (Łyszkowicz i Denker, 1994). Główne obliczenia związane z wyznaczeniem przebiegu geoidy zostały wykonane u prof. Torgego na Uniwersytecie w Hanowerze. Rozwiązanie to charakteryzuje się błędem bezwzględnym rzędu ± 14 cm i błędem względnym rzędu 5 cm na 100 km. Rozdzielczość tego rozwiązania wynosi około 10 km.



Wykres 2. Względna dokładność (w cm/100 km) kolejnych modeli geoidy

PENTAX

OFERTA PROMOCYJNA
Nareszcie stać Cię na jakość.



16450 zł

PCS-215

UŁATW SOBIE ŻYCIE
I KUP INSTRUMENT
Z REJESTRACJĄ,
NA KTÓRY CIĘ STAĆ.

PCS-215 + R

18450 zł

Dokładność $\pm (3 + 3 \text{ ppm}) \text{ mm}$
 $5'' (15'')$

Zasięg na jedno lustro 1 km
Minimalny czas pomiaru 0,5 sek.
Oprogramowanie rejestracji
w języku polskim

ZASŁUŻYŁEŚ NA TEN INSTRUMENT

AFL-240



1995 zł

Jedynie najbardziej zaawansowane
technologicznie automatyczne niwelatory
samoozniskujące.

TYP	AFL-240	AFL-280	AFL-320
POW.	24x	28x	32x
DOKŁ.	2,0 mm	1,5 mm	0,4 mm

Wodoodporne niwelatory precyzyjne o najwyższej jakości kompensatorze z AFL **AL-240**

TYP	AL-240	AL-270	AL-300	AL-320
POW.	24x	27x	30x	32x
DOKŁ.	2,0 mm	1,5 mm	0,5 mm	0,4 mm



1545 zł

AL-180



999 zł

Samopoziomujące niwelatory techniczne.

TYP	AL-180	AL-200	AL-220
POW.	18x	20x	22x
DOKŁ.	2,5 mm	2,5 mm	2,5 mm

BEZPŁATNIE:

- **PENTAX'a** niezawodność
- **PENTAX'a** najbardziej zaawansowaną technologię
- **PENTAX'a** najwyższej jakości optykę
- **PENTAX'a** dwuletnią gwarancję
- **PENTAX'a** najniższe promocyjne ceny

Za drobną opłatą sprzedajemy: tyczki pomiarowe, tyczki pod lustro, pryzmaty z tarczą, statywy, łąty, ruletki, znaki stabilizacyjne FENO, radiotelefony, niwelatory laserowe i oprogramowanie geodezyjne.

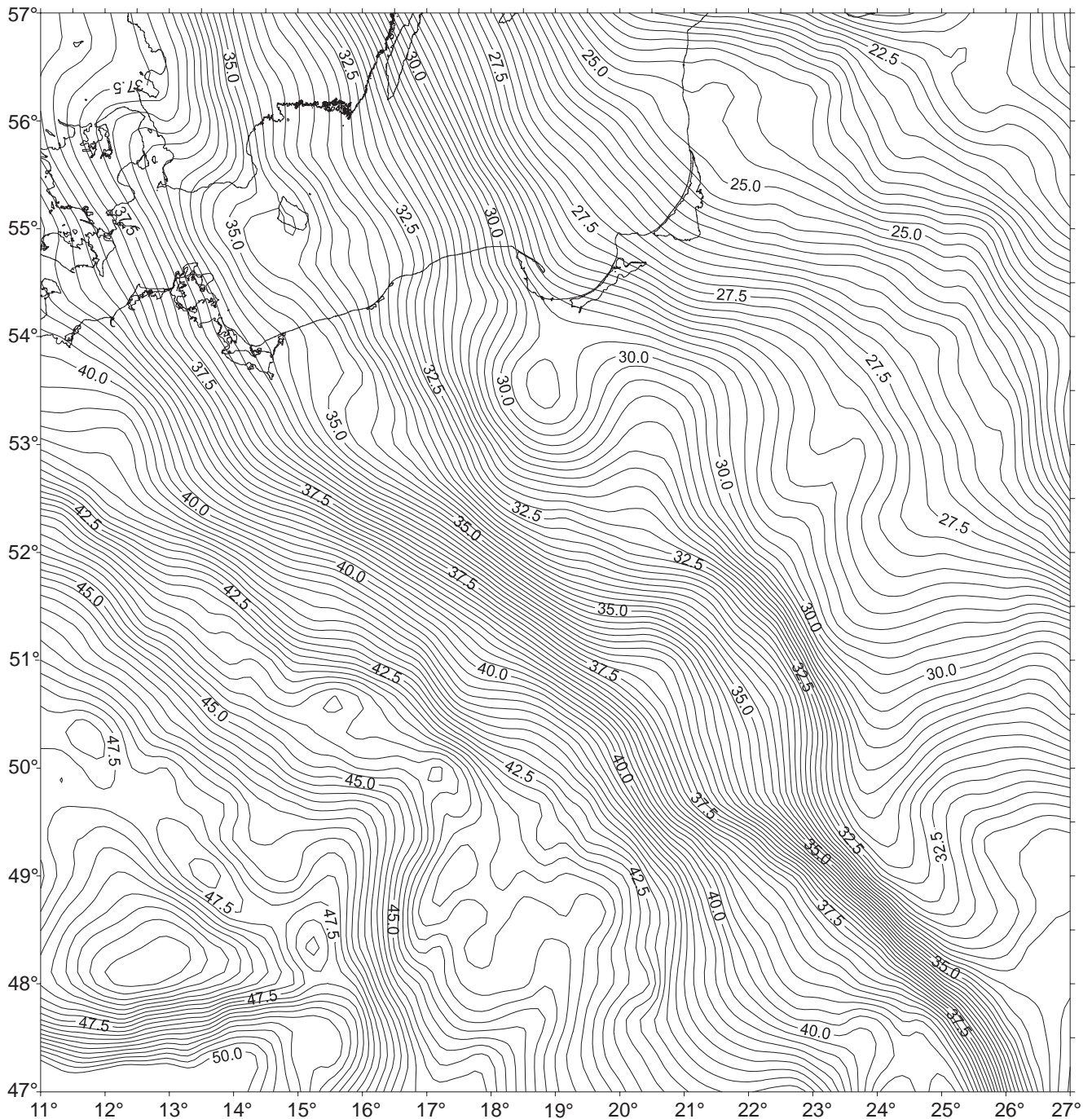


Geodezja to nasza pasja

GEOPRYZMAT

05-090 RASZYN, ul. Mieszka I-go 49
tel./fax (022) 720 28 44,
tel. 0-601 34 71 34, 0-501 15 85 08

Podane ceny są promocyjnymi i mogą ulec podwyższeniu bez uprzedzenia oraz nie zawierają podatku VAT.



Rysunek 2. Grawimetryczna quasigeoida (model quasi97b) dla obszaru Polski, izolinie co 25 centymetrów

Istotny postęp w podniesieniu precyzji wyznaczenia przebiegu geoidy i quasigeoidy osiągnął autor w 1995 roku (Łyszkowicz i Forsberg, 1995). W wymienionej pracy została wyznaczona po raz pierwszy grawimetryczna quasigeoida dla obszaru Polski, a tym samym uzyskano spójność z obowiązującym w Polsce systemem wysokości normalnych. W pracy tej został osiągnięty znaczny wzrost dokładności. Błąd bezwzględny został zmniejszony do 9 cm, błąd względny wynosi średnio 2 cm na 100 km. Rozdzielczość quasigeoidy wynosi około 2 x 2 km. Model ten został wykorzystany przez Główny Urząd Geodezji i Kartografii przy ostatniej modernizacji krajowej sieci poziomej. Ostatecznie w grudniu 1997 r. GUGiK zdecydował się na włączenie tego modelu do zespołu parametrów opisujących nowy układ geodezyjny w Polsce (Łyszkowicz, 1997).

Ostatnie obliczenie geoidy/quasigeoidy dla obszaru Polski zrealizowano w 1997 roku (Łyszkowicz, 1998). Model ten charakteryzuje się błędem bezwzględnym rzędu 3 cm i błędem względnym około 1 cm na 100 km. Rozdzielczość modelu jest rzędu 2 x 2 km.

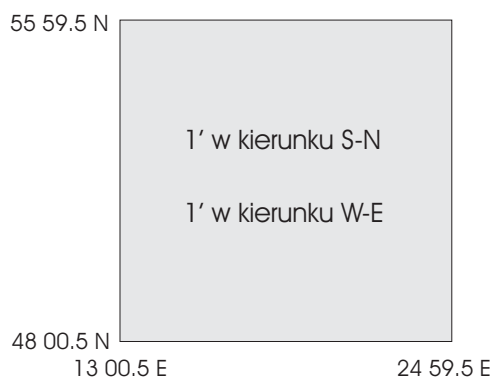
Geoida w Internecie

W celu zapoznania użytkowników technologii GPS z nowymi możliwościami wyznaczania wysokości geoida wraz pomocniczymi programami została udostępniona w Internecie pod adresem <http://www.cbk.waw.pl/~adam>, gdzie umieszczono zbiory wymienione w tabeli 1. W celu uzyskania tych zbiorów należy je skopiować na swój komputer do okre-

geoida94.grd	= zbiór odstępów geoidy od elipsoidy GRS80 w węzłach siatki 1' x 1'
geoida94.exe	= samorozpakowujący się zbiór geoida94.grd
intpt.for	= źródłowy program w języku FORTRAN do interpolacji odstępów geoidy od elipsoidy w zadanych punktach
intpt.exe	= skompilowana dla użytkowników MS-DOS wersja programu intpt.
czytaj.txt	= zbiór tekstowy
dane.dat	= testowy zbiór danych wejściowych
wyniki.dat	= testowy zbiór danych wyjściowych

Tabela 1. Opis zbiorów

ślonego katalogu, a następnie w tym katalogu należy wykonać komendę **geoida94.exe**, co spowoduje rozpakowanie zbioru i utworzenie zbioru geoida94.grd. Zbiór ten zawiera 345 600 wartości odstępów geoidy od elipsoidy GRS80 w węzłach siatki. Pierwszy rekord tego zbioru zawiera nagłówek informujący o granicach geograficznych zbioru, na które składają się: szerokość południowa, szerokość północna, długość zachodnia, długość wschodnia oraz rozmiary siatki w kierunku S-N i W-E. Odstępy geoidy są obliczone w węzłach siatki co 1' w kierunku S-N i co 1' w kierunku W-E. Odstępy geoidy są zapisane w zbiorze wierszami. Każdy wiersz zaczyna się od zachodniego krańca i kończy się na wschodnim krańcu. Pierwszy element pierwszego wiersza jest elementem północno-zachodnim.



Rysunek 3. Obszar, dla którego utworzono zbiór odstępów geoidy od elipsoidy

Programem do interpolacji dla dowolnego punktu odstępów geoidy ze zbioru geoida94.grd jest program „intpt.for”. W zależności od wartości parametru „iwindo” program ten interpoluje odstępów geoidy w zbiorze geoida94.grd przy użyciu metody interpolacji liniowej lub interpolacji funkcjami sklejanymi. Więcej informacji dotyczących tego parametru zawarto w procedurze „interp” będącej częścią programu „intpt.for”.

Program „intpt.for” wymaga przygotowania danych w dwóch zbiorach. Pierwszy to zbiór geoida94.grd, natomiast drugi – zbiór zawierający punkty, w których chcemy wyinterpolować geoidę. Drugi zbiór musi zawierać rekordy w postaci: numer punktu, szerokość, długość (w stopniach i dziesiątych częściach stopnia) w układzie EUREF-89 z dokładnością nie gorszą niż 0,1". Przykładem takiego zbioru jest zbiór „dane.dat”

Po uruchomieniu programu „intpt.exe” otrzymujemy zbiór wyników „wyniki.dat”, który jest tworzony automatycznie przez program. Zbiór ten zawiera wyinterpolowane ze zbioru „geoida94.grd” odstępów geoidy w punktach zdefiniowanych zbiorem „dane.dat”.

Kilka przykładów praktycznego wykorzystania grawimetrycznej geoidy

Przykład 1. W celu szybkiego wyznaczenia wysokości punktu P nad średnim poziomem morza w układzie Kronsztadt 86** na punkcie wykonano obserwacje GPS i wyznaczono jego pozycję. Współrzędne geocentryczne punktu P podano w tabeli 2.

B	52	28	29,9662
L	21	02	06,7657
h	138,423 m		

Tabela 2. Współrzędne geocentryczne punktu P

Odstęp geoidy od elipsoidy GRS80 wyinterpolowany ze zbioru geoida94.grd wynosi 30,798 m. Tak więc ostatecznie wysokość punktu P nad średnim poziomem morza w układzie Kronsztadt 86 wynosi 138,423 m – 30,798 m = 107,625 m.

Przykład 2. W celu wyznaczenia wysokości niedostępnego punktu P położonego na wyspie (rys. 4 na następnej stronie) obserwacje GPS wykonano jednocześnie na reperach A i B i na nowym punkcie P. W wyniku opracowania obserwacji GPS otrzymano współrzędne punktów zaprezentowane w tabeli 3.

	B			L			h
A	53	39	25,1000	14	31	27,1400	37,821
B	53	40	29,1200	14	33	58,1000	40,222
P	53	40	24,3800	14	32	10,8000	36,895

Tabela 3. Współrzędne punktów A, B i P

Wysokości reperów A i B, odstępów geoidy od elipsoidy GRS80 wyinterpolowane ze zbioru geoida94.grd oraz przebieg obliczeń podano w tabeli 4.

H _A	2,341	H _B	4,823
h _A	37,821	h _B	40,222
h _P	36,895	h _P	36,895
N _A	35,542	N _B	35,467
N _P	35,506	N _P	35,506
Δh _{AP}	-0,926	Δh _{BP}	-3,327
ΔN _{AP}	-0,036	ΔN _{BP}	0,039
ΔH _{AP}	-0,890	ΔH _{BP}	-3,366
H _P	1,451	H _P	1,457
H _{Pśred}	1,454		

Tabela 4. Wyliczenie średniej wysokości punktu P

Różnica wysokości niwelacyjnych liczona wzdłuż linii A-P wynosi -0,890 m, a wysokość punktu P wyliczona z tej linii wynosi 1,451 m. Różnica wysokości niwelacyjnych liczona wzdłuż linii B-P wynosi -3,291 m, a wysokość punktu P liczona wzdłuż tej linii wynosi 1,457 m. Ostatecznie średnia wysokość punktu P w układzie Kronsztadt 86 wynosi 1,454 m.

Przykład 3. Brak precyzyjnej geoidy. Praktyczne wyznaczenie przebiegu geoidy zrealizowano już w większości państw europejskich, w Ameryce Północnej i w Australii. W toku są prace nad geoidą w Maroku, Algierii i Egipcie. W Libii autor wraz z dr. Ahmida Ali Wahiba z Surveying Department of Lybia, wyznaczył grawimetryczną geoidę w 1997 roku (Łyszkowicz, Ahmida Ali Wahiba, 1997).



Rysunek 4. Wyznaczenie wysokości niedostępnego punktu

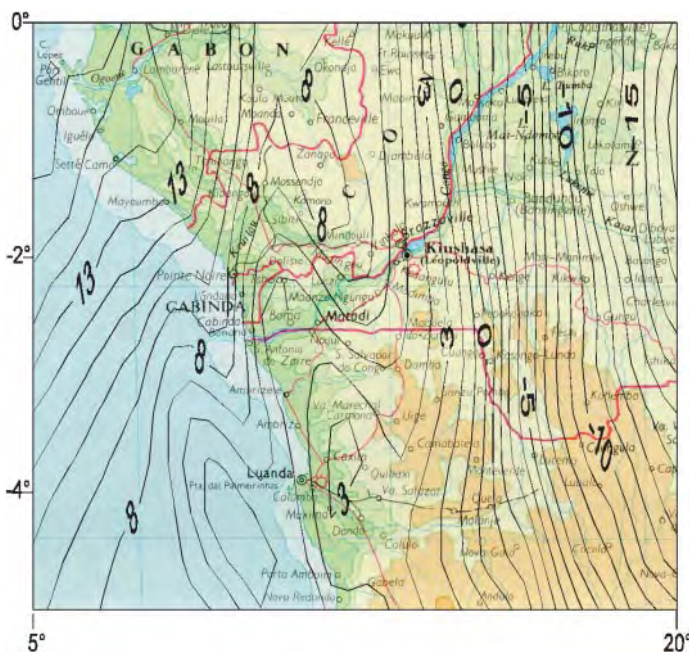
Niestety, znaczna część powierzchni Ziemi nie posiada precyzyjnej geoidy. W takich przypadkach użytkownicy techniki GPS mogą skorzystać z tak zwanych globalnych modeli geoidy. Z teorii figury Ziemi wiadomo, że potencjał zakłócający (T) można opisać nieskończonym szeregiem funkcji kulistych. Ponieważ między odstępem geoidy N , potencjałem zakłócającym T i normalnym przyspieszeniem siły ciężkości γ zachodzi związek:

$$N = \frac{T}{\gamma} \quad (4)$$

oznacza to, że odstęp geoidy można również wyrazić nieskończonym szeregiem, który w uproszczonej formie ma postać:

$$N = R \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \varphi), \quad (5)$$

gdzie C_{nm} i S_{nm} są pewnymi współczynnikami. Znajomość tych współczynników jest niezbędna w praktycznych obliczeniach odstępów geoidy od elipsoidy.



Rysunek 5. Geoida obliczona z modelu EGM96 dla obszaru zachodniej Afryki (izolinie co 1 metr)

Obecnie tylko kilka naukowych ośrodków na świecie zajmuje się wyznaczaniem tych współczynników. Jednym z takich ośrodków jest Ohio State University, który razem z National Imagery and Mapping Agency (NIMA) wyznaczył najnowszy zestaw współczynników do stopnia i rzędu 360. Taki zbiór współczynników popularnie zwany jest modelem geopotencjalnym EGM96 (Earth Gravitational Model 96).

W praktyce, jeśli tylko dysponujemy takim modelem geopotencjalnym i potrafimy realizować wzór (5), wyznaczenie odstepu geoidy od elipsoidy dla dowolnego punktu (zbioru punktów) na globie ziemskim nie przedstawia większego problemu. Aby zilustrować to stwierdzenie, autor policzył z modelu EGM96 odstepy geoidy od elipsoidy GRS80 w węzłach siatki 5' x 5' dla obszaru zachodniej Afryki, a rezultaty obliczeń przedstawił na rysunku 5.

Wnioski

Wysokości z pomiarów GPS nie są wysokościami, z jakimi spotykamy się na co dzień, gdyż są liczone od elipsoidy, a nie od średniego poziomu morza (geoidy). W celu ich przeliczenia konieczna jest znajomość przebiegu geoidy.

Dokładność wysokości elipsoidalnych, w zależności od metody obserwacji, osiąga wartość do kilku milimetrów. Geoida wyznaczana jest ze znacznie gorszą dokładnością. Tym samym dokładność przeliczenia wysokości elipsoidalnych na wysokości odniesione do średniego poziomu morza zależy głównie od jakości geoidy, którą dysponujemy. Względne wyznaczenia geoidy, jak każde względne pomiary geodezyjne, są znacznie dokładniejsze, a tym samym względne wyznaczenia różnicy wysokości normalnych/ortometrycznych są znacznie dokładniejsze niż bezwzględne. Wszędzie tam, gdzie dokładności wyznaczania wysokości uzyskiwane tą metodą (wzory 1, 2) są zadowalające, metoda ta okazuje się bardzo ekonomiczna.

Obecnie w Internecie została udostępniona grawimetryczna geoida dla obszaru Polski – model geoida94. Przewiduje się niebawem udostępnienie kolejnych, znacznie dokładniejszych, modeli geoidy/quasigeoidy.

dr. hab. **Adam Łyszkowicz** jest pracownikiem Zakładu Geodezji Planetarnej Centrum Badań Kosmicznych PAN w Warszawie; e-mail: adam@cbk.waw.pl

* W celu uproszczenia tekstu autor nie rozróżnia subtelnych różnic między geoidą a quasigeoidą i zazwyczaj używa terminu geoida, mając świadomość nie zawsze poprawnego jego użycia.

** Efekt ten został osiągnięty poprzez odpowiednie wyskalowanie geoidy (więcej szczegółów na ten temat zawiera praca A. Łyszkowicza z 1998 r.)

Literatura:

- Łyszkowicz A., 1993, *The Geoid for the Area of Poland, Artificial Satellites*, vol. 28, No 2, Planetary Geodesy, No 19
- Łyszkowicz A., Denker H., 1994, *Computation of Gravimetric Geoid for Poland Using FFT, Artificial Satellites*, Planetary Geodesy No 21, str. 1-11
- Łyszkowicz A., Forsberg R., 1995, *Gravimetric Geoid for Poland Area Using Spherical FFT*, IAG Bulletin d'Information N.77, IGES Bulletin N.4, Special Issue, Milano, pp.153-161
- Łyszkowicz A., 1997, *Raport z realizacji umowy pomiędzy Głównym Urzędem Geodezji i Kartografii a CBK PAN dotyczący utworzenia dla potrzeb GUGiK systemu obliczania odstępów quasigeoidy od elipsoidy GRS80*, Warszawa
- Łyszkowicz A., Ahmida Ali Wahiba, 1997, *The Gravimetric Geoid for Libya*, Springer, International Association of Geodesy Symposium, Symposium 119: Geodesy on the Move, IAG Scientific Assembly, Rio de Janeiro, Brazil, September 3-9 1997, str. 275-280
- Łyszkowicz A., 1998, *Gravimetryczna Quasigeoida Model Quasi97b a układ wysokościowy Kronsztadt 86*, Materiały VI sympozjum „Współczesne problemy podstawowych sieci geodezyjnych” Warszawa, str. 205-212