

Gradientem pionowym ciężkości jest zmiana ciężkości wraz z wysokością. Z normalnym pionowym gradientem ciężkości mamy do czynienia przy okazji redukcji grawimetrycznych. Jego rzeczywista wartość odbiega od wartości normalnej, i to czasami dosyć znacznie. Wobec szybkiego rozwoju instrumentów pomiar wartości tego gradientu wykonuje się za pomocą precyzyjnego grawimetru na dwóch różnych wysokościach nad stanowiskiem pomiarowym. Na fotografii taki pomiar wykonywany jest instrumentem Scintrex CG-3. Pomiar jest możliwy dzięki zaadaptowaniu statywu geodezyjnego wyposażonego w specjalną głowicę umożliwiającą umieszczenie instrumentu pomiarowego na wysokości ok. 1 m nad stanowiskiem. Stosuje się schemat obserwacji DGGDDGGD (D-dół, G-góra) aż do uzyskania różnicy ciężkości  $\Delta g_{DG}$  z dokładnością kilku mikrogali. Pomiar taki nie wymaga nawiązania stanowisk pomiarowych do poziomu grawimetrycznego.

# Pomiary gr w syste

MARIUSZ PASIK

**W** wielu zagadnieniach geodezyjnych niezbędna jest znajomość wysokości nad poziomem morza, zwanej wysokością ortometryczną. Wysokość tę uzyskuje się najczęściej z niwelacji geometrycznej, wykorzystując przy tym pomiarzone wartości przyspieszenia siły ciężkości oraz wiedzę na temat rozłożenia mas utworów podpowierzchniowych. W dobie globalnych systemów pozycjonowania na czoło wysuwa się inny sposób określania wysokości ortometrycznych. Opiera się on na znajomości odstępów powierzchni geoidy (utożsamionej ze średnim poziomem morza) od powierzchni elipsoidy odniesienia systemu pozycyjnego oraz wysokości elipsoidalnej wyznaczonego stanowiska.

Drogą uzyskania położenia geoidy względem elipsoidy jest najczęściej powiązanie wysokości ortometrycznej ( $H$ ) z niwelacji geometrycznej z wysokością elipsoidalną ( $h$ ) wyznaczoną technikami satelitarnymi w myśl zależności  $N = h - H$ . Jest to swego rodzaju sprzężenie zwrotne, bowiem do obliczenia odstępów geoidy od elipsoidy wykorzystuje się wysokości ortometryczne, dla określenia których później używa się właśnie odstępów geoidy.

Innym sposobem jest pozyskanie odstepu geoidy metodami grawimetrycznymi, pamiętając, iż tak określoną geoidę należy dopasować do geoidy uzyskanej precyzyjniejszymi metodami: z niwelacji i danych GPS bądź też niwelacji astronomicznej. A to ze względu na nieco inne usytuowanie układu odniesienia obu tych powierzchni.

Zwróćmy jednak uwagę, że istnieje jeszcze jeden sposób uzyskania wysokości ortometrycznej, wykorzystujący różnicę tej wysokości i wysokości normalnej. Korzysta się z faktu, iż obowiązującym w Polsce systemem wyso-

kości jest system wysokości normalnych. Różnicę tę, nazywaną w dalszej części artykułu różnicą wysokości, a będącą zarazem odstępem geoidy i quasi-geoidy, określa wzór o postaci:

$$H - H^n = \zeta - N = -\frac{Ag_B}{\gamma} H \quad (1)$$

gdzie:

$\zeta$  – anomalia wysokości, czyli odstęp powierzchni quasi-geoidy od powierzchni elipsoidy odniesienia,

$N$  – odstęp powierzchni geoidy od powierzchni elipsoidy odniesienia,

$Ag_B$  – anomalia grawimetryczna Bouguera,

$\gamma$  – przeciętna wartość normalnego przyspieszenia siły ciężkości.

Zależność ta jest dość powszechnie znana, lecz nie wszyscy wiedzą, że nie jest ona formułą precyzyjną, ponieważ pomija różnicę pomiędzy rzeczywistym pionowym gradientem ciężkości ( $G$ ) i normalnym pionowym gradientem ciężkości ( $\Gamma$ ), zwaną dalej anomalią gradientu. Zatem w rzeczywistości precyzyjniejsza formuła (choć nadal przybliżona) na różnicę wysokości sprowadza się do postaci:

$$H - H^n = -\frac{Ag_B}{\gamma} H + (G - \Gamma) \frac{H^2}{2\gamma} \quad (2)$$

Wnikliwych czytelników, chcących prześledzić drogę pozyskania tej formuły, odsyłam do [5].

W terenach nizinnych, gdzie należy spodziewać się małych wartości anomalii gradientu pionowego, mała wysokość nie spowoduje znaczącej wartości drugiego elementu powyższego wzoru. Stąd zrozumiałe jest pominięcie go i korzystanie z formuły skróconej. Jednak w terenach górzystych odrzucanie drugiego elementu wzoru jest nieuzasadnione, a wręcz istnieje podejrzenie o istotny wpływ anomalii gradientu pionowego ciężkości. Próbę praktycznej weryfikacji tego podej-

# adiantometryczne mach wysokości

rzenia podjąłem w ramach pracy dyplomowej pod opieką prof. Marcina Barlika z Instytutu Geodezji Wyższej i Astronomii Geodezyjnej Politechniki Warszawskiej [4].

## Eksperyment badawczy

Jako materiał badawczy posłużyły wyniki pomiarów niwelacyjnych, satelitarnych, grawimetrycznych i gradientometrycznych wykonanych przez IGWiAG w latach 1995-99 na obszarze geodezyjnego pola testowego w okolicach Grybowa koło Nowego Sącza. Eksperymentalna sieć pomiarowa składała się z 49 punktów charakterystycznych ukształtowania terenu o wysokościach od 310 do 560 m n.p.m. obejmujących obszar o rozmiarach 8x12 km.

Wysokości ortometryczne większości punktów eksperymentalnych wyznaczono metodą niwelacji satelitarnej na podstawie zbadanego dobrze na tym terenie odstępu geoidy od elipsoidy WGS'84 i pomiaru GPS. Zaadaptowano również kilkanaście punktów klasycznej osnowy triangulacyjnej ze znanymi wysokościami umieszczonymi na mapach topograficznych. Pozycję tych punktów wyznaczono graficznie z mapy, pomijając małą istotną różnicę współrzędnych geodezyjnych na elipsoidzie Krasowskiego i WGS'84. Współrzędne pozostałych punktów wyznaczono technikami GPS. Konsekwencją tego było przyjęcie jako modelu Ziemi normalnej – GRS'83, tożsamej z elipsoidą WGS'84 systemu GPS. Pomiar grawimetryczny i gradientometryczny wykonano precyzyjnymi grawimetrami La Costa&Romberg i Scintrex CG-3.

Należy sobie zdawać sprawę z faktu, iż zastosowanie Ziemi normalnej GRS'83 sprawiło, że zbadano różnicę wysokości ortometrycznej i wysokości normalnej związanej z tym modelem. Zatem są to



FOT. PAWEŁ MAZUREK

inne wysokości normalne niż obowiązujące w Polsce, związane ze sferoidą Helmerta. W pracy dyplomowej chodziło wszak tylko o zbadanie ważności drugiego elementu wzoru (2). Zainteresowanym niewielką zresztą rozbieżnością wysokości normalnych związanych z tymi dwoma modelami Ziemi normalnej polecam [1].

## Wyniki eksperymentu

Niektóre z uzyskanych w eksperymencie wartości anomalii Bouguera, anomalii gradientu pionowego oraz ich wpływu na wartość różnicy wysokości ortometrycznej i normalnej przedstawia tablica 1. Wartość anomalii gradientu pionowego ciężkości wyznaczono z błę-

dem średnim kilku  $\mu\text{Gal}/\text{m}$ , wobec tego błąd średni jej wpływu na różnicę wysokości nie przekracza 0,1 mm.

Jak widać, anomalia gradientu pionowego sięga w niektórych przypadkach wartości  $\Delta G = -0,1 \text{ mGal}/\text{m}$ , zatem niemal 1/3 jego wartości normalnej. Szczególnie wysokimi i ujemnymi anomaliami gradientu charakteryzują się wyraźne i samotne wzniesienia. Dodatkowo anomalie gradientu, lecz nie tak znaczne jak na wzniesieniach, są domeną punktów w dolinach, zaś najmniejsze i różnoimienne anomalie charakteryzują stanowiska zlokalizowane na stokach.

Zatem zachodzi wyraźny związek pomiędzy rzeźbą terenu (czyli wysoko-

ściami względnymi) a znakami i wartościami anomalii pionowego gradientu ciężkości.

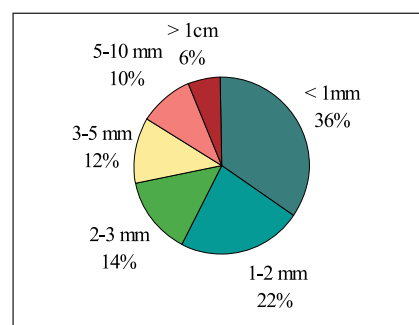
Przyczyną faktu, że na wzniesieniach rejestruje się największy wpływ anomalii gradientu na różnicę wysokości, nie jest jednak tylko wysoka wartość tej anomalii. Ogromne znaczenie ma również wysokość bezwzględna (czyli ortometryczna) i to, że w wyrażeniu określającym wpływ anomalii występuje kwadrat tej wysokości (!). Skutek tego jest oczywisty. Nawet z reguły małe anomalie gradientu dla form dolinnych na obszarach górskich, ze względu na dużą wysokość bezwzględną, mogą wpłynąć znacząco na różnicę wysokości. Wpływ ten może osiągnąć war-

tość od kilku do kilkudziesięciu milimetrów. Na obszarze pola testowego w Grybowie w punktach o maksymalnej wysokości (około 550 m n.p.m.) zanotowano kilkunastomilimetrowy wpływ anomalii gradientu pionowego, co oznacza, że osiągnął on niemal 50% wartości wpływu samej tylko anomalii Bouguera (!).

Strukturę oraz obraz wpływu anomalii gradientu ilustrują rysunki 1 i 2. Dla porównania rysunek 3 przedstawia wpływ anomalii Bouguera. Pomijając na tym obszarze wartości wpływu anomalii gradientu, które można uznać za błędy prawdziwe różnicy wysokości, popełniono by błąd średni o wartości 4,5 mm.

Nazwa, nr punktu	H [m]	$A_{g_B}$ [mGal]	G [mGal/m]	$\Gamma$ [mGal/m]	$G - \Gamma$ [mGal/m]	H-H <sup>n</sup> [mm]
GK1	531	-54,54	-0,3374	-0,30849	-0,02891	29,5 -4,2 25,3
GS1	554	-51,11	-0,3941	-0,30848	-0,08562	28,9 -13,4 15,5
KOZIN	560	-51,70	-0,38369	-0,30848	-0,07521	29,5 -12,0 17,5
CHOD	382	-49,08	-0,3299	-0,30850	-0,02140	19,1 -1,6 17,5
LISIA G	486	-58,76	-0,33829	-0,30849	-0,02980	29,1 -3,6 25,5
BROWAR	385	-52,43	-0,28591	-0,30850	0,02259	20,6 1,7 22,3
MICHAL	400	-53,49	-0,26700	-0,30850	0,04150	21,8 3,4 25,2
GROD	342	-56,13	-0,28490	-0,30850	0,02360	19,6 1,4 21,0
PCHEŁM	559	-57,96	-0,40481	-0,30848	-0,09633	33,0 -15,3 17,7
STRÓŻE	309	-52,96	-0,30288	-0,30850	0,00562	16,6 0,3 16,9
AZ 3098	359	-56,06	-0,2710	-0,30850	0,03750	20,5 2,5 23,0
AZ 3420	341	-52,74	-0,2212	-0,30850	0,08730	18,3 5,2 23,5
MAT	474	-52,49	-0,3873	-0,30849	-0,07881	25,4 -9,0 16,4

Tablica 1. Zestawienie wartości anomalii grawimetrycznych Bouguera, rzeczywistego i normalnego gradientu ciężkości oraz różnicy wysokości ortometrycznej i normalnej



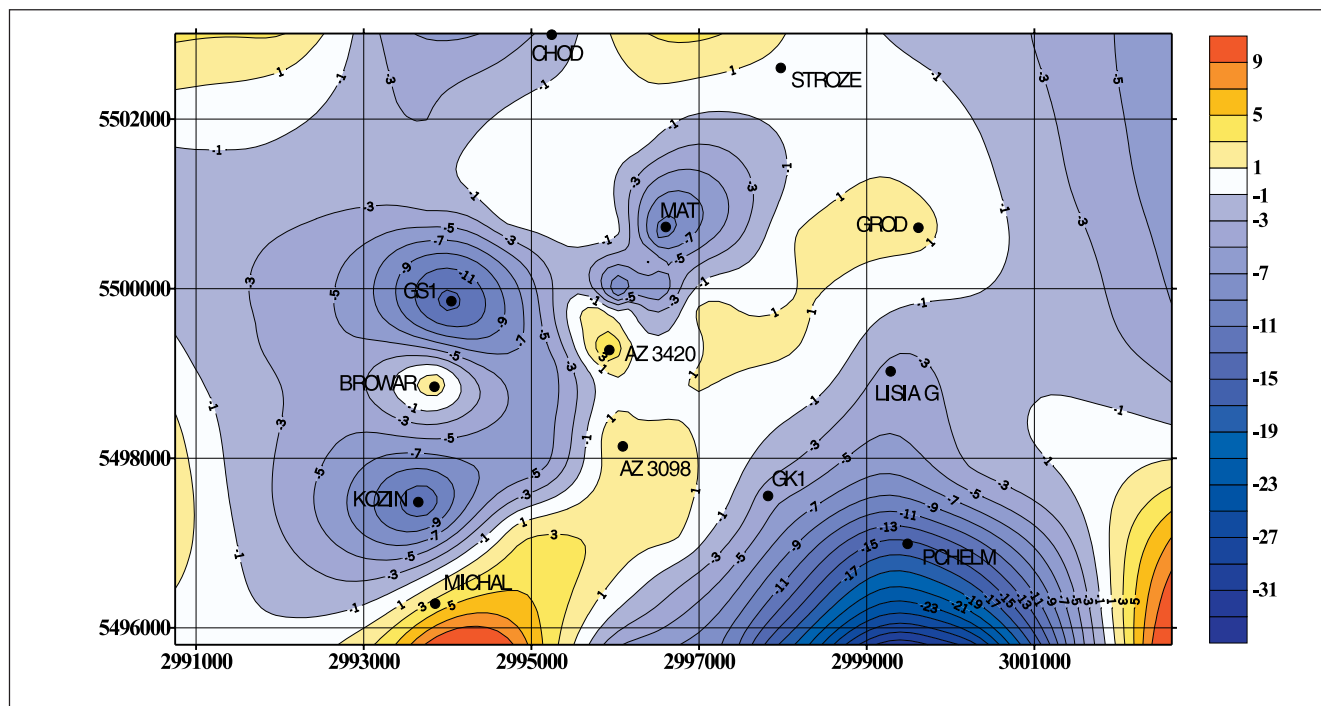
Rys. 1. Struktura wpływu anomalii pionowego gradientu ciężkości na obszarze pola testowego w okolicach Grybowa

Biorąc pod uwagę nakreśloną powyżej ważną rolę wysokości bezwzględnej we wpływie anomalii gradientu stwierdzić należy, iż przy wartości anomalii gradientu zbliżonej do  $-0,1 \text{ mGal}/\text{m}$  rejestrowanej na wzniesieniach dla wysokości 1000 m n.p.m. należy spodziewać się czterokrotnego wzrostu wpływu tej anomalii i osiągnięcia wartości ok. 5 cm (!). Oznacza to, że wpływ ten zrówna się bądź nawet przekroczy wartość anomalii Bouguera. Tak wyraźnego wpływu nie sposób pominąć nawet w mniej precyzyjnych wyznaczeniach wysokości ortometrycznej. Należy stwierdzić, że również wartości wkładu anomalii gradientu na poligonie grybowskiem w precyzyjnych wyznaczeniach uchodzą za istotne.

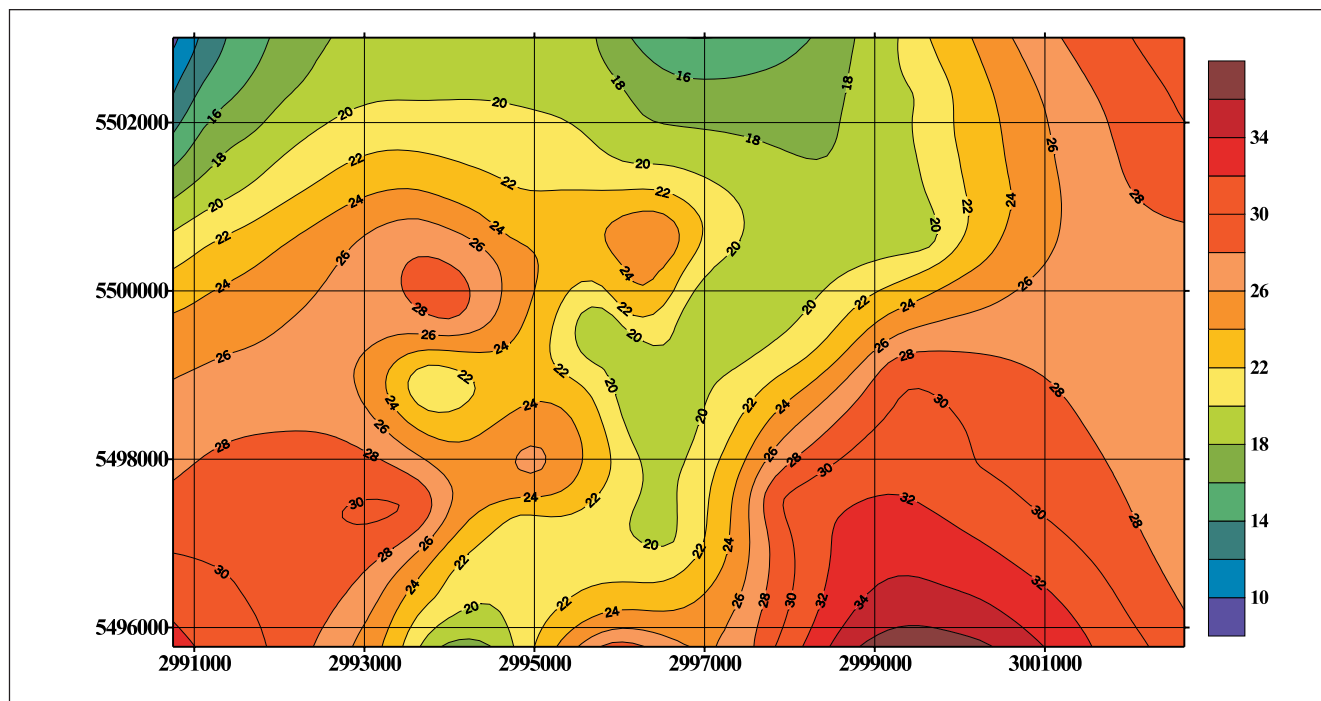
## Wnioski końcowe

Wartości wpływu anomalii gradientu pionowego ciężkości, zaobserwowane na polu testowym w Grybowie (sięgającym wysokości zaledwie 550 m n.p.m.), wskazują wyraźnie na zasadność uwzględniania wyników pomiarów gradientometrycznych w terenach podgórskich i górskich, a szczególnie w rejonach wzniesień. Wy-





Rys. 2. Wpływ anomalii gradientu pionowego ciężkości na różnicę wysokości ortometrycznej i normalnej (w milimetrach)



Rys. 3. Wpływ anomalii Bouguera na różnicę wysokości ortometrycznej i normalnej (w milimetrach)

niki eksperymentu oraz powyższy wniosek przedkładałam do rozważenia głównie tym geodetom, którzy w praktyce stosują pomiary grawimetryczne dla uzyskania różnicy wysokości ortometrycznej i normalnej. Pracę tę polecam również uwadze osób zajmujących się modelowaniem quasi-geoidy na podstawie znajomości przebiegu geoidy oraz odstepu geoidy i quasi-geoidy.

#### Literatura

- [1] Barlik M. (1991), *Normalna ciężkość dla obszaru Polski w globalnych systemach odniesienia*, „Przegląd Geodezyjny”, LXIII, Nr 9, Warszawa.
- [2] Barlik M. (1997), *On the application of gradientometric measurements in determining the separation between the geoid and Molodensky's quasi-geoid*, „Reports on Geodesy”, No. (2)25, IGGA, WUT.
- [3] Barlik M. (1999), *Obserwacje pionowego gradientu przyspieszenia siły ciężkości wykonane*

*w 1999 r. na obszarze testowego pola geodezyjnego w okolicach Grybowa*, Projekt badawczy KBN nr 9 T 12E 027 14, Arch. IGWiAG, Warszawa.

[4] Pasik M. (2000), *Analiza separacji geoidy i quasi-geoidy na obszarze geodezyjnego pola testowego w okolicach Grybowa*, Praca dyplomowa magisterska, Arch. IGWiAG, Warszawa.

[5] Sjöberg L. E. (1995), *On the quasigeoid to geoid separation*, „Manuscripta Geodaetica”, Vol. 20, No. 3.