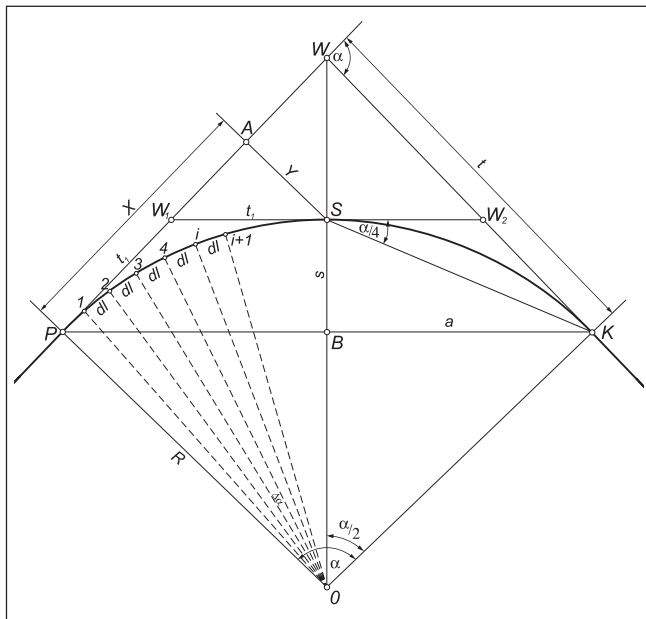


Tyczenie tras: rozwiązanie na kalkulatory z algebraicznym systemem operacyjnym firmy Texas Instruments (cz. I)

Łuk kołowy

Geodezyjna obsługa tras komunikacyjnych wymaga niezawodności prowadzonych obliczeń. Tymczasem przedmiotem studiów z tego zakresu wciąż są archaiczne rozwiązania nie dające tego typu gwarancji. Rozwiązaniem może być automatyzacja prac, np. poprzez wykorzystanie elektronicznych kalkulatorów programowanych. Tym razem prezentujemy programy na łuk kołowy, w następnych numerach – na łuk koszowy i kłotoide.



Wielkościami, które w sposób jednoznaczny określają łuk kołowy, są:

- R – promień łuku [m],
- α – kąt środkowy, zwany także kątem zwrotu stycznych lub kątem załamania trasy [°],
- L – długość łuku [m],
- t – długość stycznej [m],

Znajomość dwóch z nich wystarczy do obliczenia pozostałych. W praktyce mamy więc do czynienia z sześcioma przypadkami:

Dane:	Szukane:
1. α, L	R, t
2. α, R	L, t
3. α, t	R, L
4. L, R	α, t
5. R, t	α, L
6. L, t	α, R

Program TRASA1 powstał dla rozwiązania każdego z tych zadań.

Program TRASA1	Komentarz
: "Obliczenie danych do tyczenia punktów głównych łuku kołowego"	Wprowadza nazwę programu
: Degree	Wprowadza stopniową miarę kąta do obliczeń
: Fix 3	Wprowadza dokładność wyników
: Menu (1," α, L ", T1, 2," α, R ", T2, 3," α, t ", T3, 4," L, R ", T4, 5," R, t ", T5, 6," L, t ", T6)	Rozgałęzia działanie programu do jednego z 6 przypadków (sterowanie ręczne – klawisze funkcyjne F)
: Lbl T1	Etykieta przypadku 1
: Disp " α w stopniach"	Uwaga
: Prompt α, L	Wprowadzamy wartości kąta środkowego i długości łuku
: $180 * L / (\pi * \alpha) \rightarrow R$	Oblicza długość promienia R
: Disp "promień R =", R	Wyświetla wartość promienia R
: $R * \tan(\alpha / 2) \rightarrow t$	Oblicza długość stycznej t
: Disp "styczna t =", t	Wyświetla wartość stycznej t
: Pause	
: Goto Tcd	Rozgałęzia działanie programu do etykiety Tcd, dla obliczenia pozostałych elementów łuku
: Lbl T2	Etykieta przypadku 2.
: Disp " α w stopniach"	Uwaga
: Prompt α, R	Wprowadzamy wartości kąta środkowego i długości promienia
: $R * \alpha * \pi / 180 \rightarrow L$	Oblicza długość łuku L
: Disp "długość łuku L =", L	Wyświetla wartość długości łuku L
: $R * \tan(\alpha / 2) \rightarrow t$	Oblicza długość stycznej t
: Disp "styczna t =", t	Wyświetla wartość stycznej t
: Pause	
: Goto Tcd	Rozgałęzia działanie programu do etykiety Tcd, dla obliczenia pozostałych elementów łuku
: Lbl T3	Etykieta przypadku 3.
: Disp " α w stopniach"	Uwaga
: Prompt α, t	Wprowadzamy wartości kąta środkowego i długości stycznej
: $t / \tan(\alpha / 2) \rightarrow R$	Oblicza długość promienia
: Disp "promień R =", R	Wyświetla długość promienia R
: $R * \alpha * \pi / 180 \rightarrow L$	Oblicza długość łuku L
: Disp "długość łuku L =", L	Wyświetla wartość długości łuku L
: Pause	
: Goto Tcd	Rozgałęzia działanie programu do etykiety Tcd
: Lbl T4	Etykieta przypadku 4.
: Prompt L, R	Wprowadzamy wartości łuku i promienia
: $180 * L / (\pi * R) \rightarrow \alpha$	Oblicza wartość kąta środkowego
: Disp "kat α (grad) =", $\alpha * 10 / 9$	Wyświetla wartość kąta środkowego (grady)

: R*tan(α/2) → t	Oblicza długość stycznej t
: Disp "styczna t =", t	Wyświetla wartość stycznej t
: Pause	
: Goto Tcd	Rozgąłęzia działanie programu do etykiety Tcd
: Lbl T5	Etykieta przypadku 5.
: Prompt R, t	Wprowadzamy wartości promienia i stycznej
: 2*tan ⁻¹ (t/R) → α	Oblicza wartość kąta środkowego
: Disp "kat α (grad)=", α*10/9	Wyświetla wartość kąta środkowego (grady)
: R*α*π/180 → L	Oblicza długość łuku L
: Disp "dlugosc łuku L =", L	Wyświetla wartość długości łuku L
: Pause	
: Goto Tcd	Rozgąłęzia działanie programu do etykiety Tcd
: Lbl T6	Etykieta przypadku 6.
: Prompt L, t	Wprowadzamy wartości długości łuku i stycznej
: L/2*√(L/(3*(2*t-L))) → R1	Oblicza przybliżoną długość promienia R1
: Disp "promien R1=", R1	Wyświetla przybliżoną wartość promienia R1
: Pause	
: t*√(2*t/(3*(2*t-L))) → R2	Oblicza przybliżoną wartość promienia R2
: Disp "promien R2=", R2	Wyświetla przybliżoną wartość promienia R2
: Pause	
: (R1+R2)/2 → R	Oblicza średnią wartość promienia R
: Disp "promien sredni R=", R	Wyświetla średnią wartość promienia R
: Pause	
: 180*L/(π*R) → α	Oblicza wartość kąta środkowego
: Disp "kat α (grad)=", α*10/9	Wyświetla wartość kąta środkowego (grady)
: Pause	
: Lbl Tcd	Etykieta pozostałych elementów łuku kołowego
: R*(1/cos(α/2)-1) → WS	Oblicza odległość wierzchołkową
: Disp "wierzchołkowa WS=", WS	Wyświetla wartość jw.
: Pause	
: R*(1-cos(α/2)) → s	Oblicza długość strzałki
: Disp "strzałka s=", s	Wyświetla wartość jw.
: Pause	
: 2*R*sin(α/2) → PK	Oblicza długość cięciwy
: Disp "cięciwa PK=", PK	Wyświetla wartość jw.
: Pause	
: R*sin(α/2) → PB	Oblicza długość połowy cięciwy
: Disp "1/2 cięciwy PB=", PB	Wyświetla wartość jw.
: Pause	
: 2*R*sin(α/4) → PS	Oblicza długość cięciwy dla połowy łuku
: Disp "cięciwa dla 1/2 łuku"	Wyświetla wartość jw.
: Disp "PS=", PS	
: Pause	
: R*tan(α/4) → t1	Oblicza długość stycznej dla połowy łuku
: Disp "styczna dla 1/2 łuku"	Wyświetla wartość jw.
: Disp "t1=", t1	
: Stop	Koniec programu

Przypadek oznaczony jako szósty nie daje jednoznacznego rozwiązania. Wynika to z faktu, że dla obliczenia poszukiwanych wartości (kąta środkowego i promienia), korzysta się z rozwinięcia w szereg Taylora wzoru:

$$t = R \cdot \tan(L/2R) \text{ oraz } \alpha = 2 \arctan(t/R)$$

Literatura zaleca w tym przypadku, aby jako pierwsze przybliżenie wartości promienia R przyjąć jego wartość obliczoną z dwóch pierwszych wyrazów wzorów:

$$t = L/2 (1 + 1/3 (L/2R)^2 + 2/15 (L/2R)^4 + 17/315 (L/2R)^6 + \dots$$

$$L = 2t - 2t/3 (t/R)^2 + 2t/5 (t/R)^4 - 2t/7 (t/R)^6 + 2t/9 (t/R)^8 - \dots$$

Z tyczeniem łuku wiąże się zagadnienie jego zagęszczania punktami pośrednimi. Program GEO12 oblicza współrzędne dowolnej liczby takich punktów (dla równych części łuku) w przyjętym układzie współrzędnych ortogonalnych, mając jako dane:

- długość cząstki łuku dl ,
- wartość promienia łuku R ,
- współrzędne wierzchołka łuku X_w, Y_w oraz współrzędne początku łuku X_p, Y_p .

Program GEO12	Komentarz
: "Obliczenie współrzędnych punktów pośrednich dla równych odcinków łuku"	Wprowadza nazwę programu
: Prompt dl, R, Xw, Yw, Xp, Yp	Wprowadza wartości: obranej cząstki łuku, promienia, oraz współrzędne wierzchołka i początku łuku
: (200/π)*(dl/R) → Δα	Oblicza wartość kąta środkowego Δα odpowiadającego przyjętej cząstce łuku dl
: For (i,1,1000)	Określa warunki pętli obliczeń
: R*sin(i*Δα*0.9) → dxi	Oblicza przyrost współrzędnych dx_i
: R*(1-cos(i*Δα*0.9)) → dyi	Oblicza przyrost współrzędnych dy_i
: Xw - Xp → dx	Oblicza przyrost współrzędnych dx
: Yw - Yp → dy	Oblicza przyrost współrzędnych dy
: √(dx ² + dy ²) → L	Oblicza długość stycznej (L=t)
: dx/L → C	Oblicza współczynnik kierunkowy C
: dy/L → S	Oblicza współczynnik kierunkowy S
: Fix 0	Określa sposób zapisu kolejnego punktu na łuku
: Disp "i =", i	Wyświetla numer kolejnego punktu na łuku
: Fix 3	Określa dokładność wyświetlania wyników
: Xp+(dxi*C - dyi*S) → Xi	Oblicza współrzędną X_i punktu i
: Disp "Xi=", Xi	Wyświetla wartość jw.
: Yp+(dxi*S+dyi*C) → Yi	Oblicza współrzędną Y_i punktu i
: Disp "Yi=", Yi	Wyświetla wartość jw.
: Pause	
: End	Koniec programu

Proponowane rozwiązanie jest szczególnie korzystne w trudno dostępnym terenie, gdyż punkty pośrednie, których współrzędne wyliczymy, możemy wytyczyć metodą biegunową z dowolnego punktu o znanych współrzędnych. Niezbędne dane (kąąt i odległość do punktów tycznych) uzyskamy, posługując się programem GEO11 (GEODETA 5/99).

Janusz Mitura

e-mail: geosystem@geosystem.krakow.pl

Literatura:

Grodzicki S., *Geometria tras*, WKiŁ, 1987;

Praca zbiorowa *Geodezja inżynierska*, tom 1, 2. PPWK, 1979.