

Głos w dyskusji nad projektem instrukcji G-4

# Na odsiecz ciągom jednostronnie nawiązanym

JERZY GAJDEK

**Profesor Tadeusz Lazzarini, jeden z moich mistrzów z okresu studiów, mówił, że ciągi jednostronnie nawiązane służą m.in. do realizacji najbardziej spektakularnych zadań, jakie zna geodezja. Chodzi mianowicie o obsługę budowy tuneli, które najczęściej drążone są jednocześnie z obydwu stron, na tzw. zbiecie. Mimo trudnych warunków pracy i ciężkiej na geodetach odpowiedzialności zrealizowano na świecie tysiące takich tuneli, jak chociażby pod Mont Blanc (11,6 km) czy pod dnem kanału La Manche (32,0 km). W tej sytuacji pomysł wykluczenia w projekcie G-4 [7] ciągów jednostronnie nawiązanych wydaje mi się co najmniej niefortunny.**

Osobiście proponowałbym traktować ciągi jednostronnie nawiązane (CJN, „wiszące”) jako rozwiązanie typowe, stosowane bez ograniczeń. Wniosek mój motywuję możliwością powszechnego już wykonywania analiz dokładnościowych (metodą najmniejszych kwadratów) dzięki profesjonalnym pakietom oprogramowania. Swoimi doświadczeniami w tym zakresie podzieliłem się wcześniej z czytelnikami w [1], [2] i [3]. Przede wszystkim jednak chciałbym zwrócić uwagę na artykuł profesora Witolda Prószyńskiego pt. „Metoda najmniejszych kwadratów jako narzędzie współczesnej geodezji” [8]. Kiedyś analizy dokładnościowe były bardzo żmudne i na co dzień się ich nie wykonywało. Geodeci przestrzegali tylko założeń instrukcji, nie mając pełnej wiedzy o pomierzonej i obliczonej pomiarowej osnowie sytuacyjnej (tzn. nie znając jej błędów średnich). Postęp w tym zakresie zmobilizował mnie do zastanowienia się nad tym, jak ciągi wiszące – dopuszczalne według obowiązującej Instrukcji Technicznej G-4 „Pomiary sytuacyjne i wysokościowe” wyjątkowo [5], a w projekcie [7] wykluczone na razie całkowicie – można awansować do rangi normalnych konstrukcji pomiarowych. Z przytoczonych w [6] rozważań (analiza CJN wzorem na przenoszenie się błędów średnich Gaussa) i przykładu liczbowego można było wysnuć wniosek, że dopuszczalne będzie zastosowanie kilkupunktowego CJN o długości do ok. 1000 m, dla które-

go błąd średni ostatniego punktu nie powinien przekroczyć 10 cm ( $m_p \leq 10$  cm), a więc wartości przewidzianej w [7].

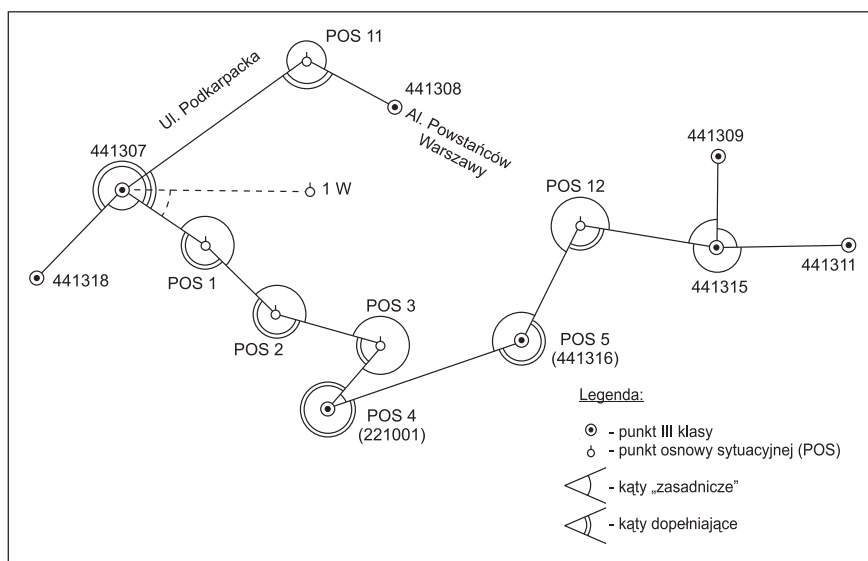
Swoje przypuszczenia postanowiłem poprzeć eksperymentem pomiarowo-obliczeniowym [4]. Zgodnie z przewidywaniami wyniki okazały się korzystne dla CJN. Z uwagi na ekonomikę są one istotne dla wykonawstwa geodezyjnego i dlatego postanowiłem eksperyment poszerzyć. Mam nadzieję, że zapozna się z nim większe grono geodetów, a także zespół autorów projektu instrukcji G-4, których być może zdołam przekonać, iż nie powinno się wykluczać stosowania CJN.

Na terenie miasteczka akademickiego Politechniki Rzeszowskiej i w jego bezpośrednim otoczeniu, przy udziale studentów, wykonałem pomiary zgodnie z regułami sztuki geodezyjnej. Ciąg został rozpięty między dwiema trójkami punktów III klasy (stosowny rysunek osnowy poniżej, stabilizowane wyniki obliczeń mogą udostępnić zainteresowanym pocztą elektroniczną). Wyrównanie przeprowadziłem w dwóch wariantach:

1. nawiązanie – punkty 441318, 441307 i 441308; do wyznaczenia – POS4, POS5, 441315, 441309 i 441311;
2. nawiązanie – punkty 441315, 441309 i 441311; do wyznaczenia – POS5, POS4, 441307 i 441318.

Na podstawie wykonanych pomiarów i obliczeń wyciągam takie oto jednoznaczne wnioski:

1. Jeżeli mamy serio traktować wymóg § 4 pkt 2 z projektu G-4, iż błąd średni najmniej dokładnego punktu pomiarowej osnowy sytuacyjnej (POS) ma być  $\leq 10$  cm, to ciągi jednostronnie nawiązane mogą być



stosowane bez ograniczeń (aż do osiągnięcia maksymalnej wartości tego błędu), jako standardowe rozwinięcie osnów pomiarowych nawiązanych do co najmniej trzech punktów III klasy (§ 5 pkt 4a projektu). Eksperyment wykazał, że nawet 8-punktowe ciągi wiszące o długościach 1300 m i 1400 m dały wyrównane współrzędne o błędach średnich nie przekraczających 10 cm, przy różnicach w stosunku do współrzędnych katalogowych również nie przekraczających 10 cm. Analiza pomierzonego ciągu wzorem Gaussa na przenoszenie się błędów średnich potwierdziła rzecz jasna uzyskane rezultaty.

Z kolei kryterium niezawodności jest spełnione dzięki pomiarowi kątów „zasadniczych” i dopełniających (co sprowadza się do pomiaru kąta w dwóch seriach, przed rozpoczęciem drugiej serii należy ponownie wykonać poziomowanie i centrowanie instrumentu nad punktem), pomiarowi boków „tam” i „z powrotem” oraz nawiązaniu do trzech punktów III klasy. Dzięki temu CJN jest więc absolutnie pewny i na dodatek można określić błędy średnie kątów i boków *a posteriori*, potrzebne do równoważenia równań poprawek (kąty z zamknięć do kąta pełnego – wzorem wyprowadzonym z formuły Ferrero na ocenę dokładności pomiaru kątów w triangulacji, boki – ze wzoru na pomiar parami). Nie zawsze będziemy mieli do czynienia z komfortową sytuacją, że z punktu wyjściowego CJN będą widoczne pozostałe dwa punkty nawiązania. Z reguły trzeba będzie zakładać dodatkowe punkty (w niniejszym przykładzie wystarczył tylko jeden – POS11).

2. Należy unikać kątów ostrych, bo osie wstęg wahań będą przecinały się niezbyt korzystnie. „Wyprostowanie” ciągu (poprzez likwidację punktu POS3) pozwoliło zmniejszyć wartości odchyłań współrzędnych punktów wyrównanych w stosunku do współrzędnych katalogowych o ponad połowę.

3. Obserwacje pomiędzy punktami nawiązania należy włączać do wyrównań, dzięki czemu będziemy mieli dodatkowe poprawki „v” decydujące w konsekwencji o bardziej wiarygodnym oszacowaniu dokładności sieci (nigdzie w literaturze nie znalazłem wzmianki na ten temat). Jeżeli osnowa, do której się dowiązujemy, będzie nowa, to te dodatkowe poprawki niewiele wpłyną na błędy średnie wyrównywanych punktów. Jeżeli osnowa jest stara, to ze względu na ewentualne ruchy zastabilizowanych betonowych znaków może być różnie. W przypadku przedstawionego eksperymentu nieuwzględnienie tych

obserwacji w wyrównaniu powodowało by istotne i niczym nie uzasadnione zmniejszenie się błędów średnich ostatnich punktów CJN (odpowiednio 16 mm na punkcie 441311 i 30 mm na punkcie 441318). Takie podejście do zagadnienia prowadzi do wniosku, że punktami nawiązania niekoniecznie muszą być punkty przynajmniej III klasy. Dzięki włączeniu do wyrównania obserwacji pomiędzy punktami nawiązania, niejako „przenieśmy” wartość tej osnowy na POS, co objawi się tym, że taki CJN nie będzie mógł mieć np. 8 punktów i 1400 m (jak w przedstawionym eksperymencie), tylko np. 3 punkty i 300 m.

4. Nowe wytyczne G-1.5 powinny wyrażnie ustosunkować się do uśredniania boków mierzonych „tam” i „z powrotem”, ponieważ będzie to miało również znaczenie przy wyrównywaniu metodą najmniejszych kwadratów pomiarowych osnów sytuacyjnych. Moim zdaniem boków „tam” i „z powrotem” nie powinno się uśredniać, ponieważ każdy z nich daje niezależnie jedno miejsce geometryczne dla wyznaczanego punktu. W związku z tym tak zwany parametr globalnej niezawodności ( $z$ ), ogólnie przyjmowany jako stosunek ilości obserwacji nadliczbowych sieci ( $f$ ) do ogólnej liczby wszystkich obserwacji ( $m$ ),  $z = f/m$  wynosi w naszym eksperymencie ok. 0,5, co odpowiada (wg prof. R. Kadaja w [5A]) sieciom II klasy. Zatem ciąg jednostronnie nawiązany, mimo pozorów, jest absolutnie niezawodny.

**Jerzy Gajdek** jest pracownikiem Zakładu Geodezji Politechniki Rzeszowskiej

#### Literatura:

- [1] Gajdek J., *Osnovy pomiarowo-realizacyjne inaczej*, „Przegląd Geodezyjny” 2/1995;
- [2] Gajdek J., *O kulturze technicznej i fantazji geodezyjnej*, „Przegląd Geodezyjny” 7/1995;
- [3] Gajdek J., *Wyrównanie ściśle dla wszystkich*, GEODETA 5/1999;
- [4] Gajdek J., *Ciągi jednostronnie nawiązane w aspekcie zagęszczania osnów poziomych*, Materiały XV Konferencji Katedr i Zakładów Geodezji na Wydziałach Niegeodezyjnych, SGGW 25-26 września, Warszawa 2000;
- [5] *Instrukcja Techniczna G-4 „Pomiary sytuacyjne i wysokościowe”*, GUGiK, Warszawa 1983;
- [5A] Kadaj R., *Precyzyjne sieci geodezyjne dla tras komunikacyjnych przy wykorzystaniu techniki GPS*, „Geodezja” – półrocznik AGH tom 5 zeszyt 1, Kraków 1999;
- [6] Lazzarini T., *Wykłady z geodezji II*, PWN, Warszawa 1980;
- [7] *Projekt G-4 GUGiK*, Warszawa kwiecień 2000;
- [8] Prószyński W., *Metoda najmniejszych kwadratów jako narzędzie współczesnej geodezji*, „Przegląd Geodezyjny” 4/1999.

# artech

KRAKÓW, ul. Mazowiecka 113  
tel/faks: (012) 632 45 56

WARSZAWA, ul. Polna 11  
tel/faks: (022) 660 62 91

KATOWICE, ul. Warszawska 63a  
tel/faks: (032) 589 370

## WYPOSAŻENIE

### Światłokopiarki



amoniakalne  
i bezamoniakalne  
od 420 W do 5 kW  
Ekonomiczne,  
gwarantujące  
dużą dokładność  
wymiarową.

### Skanery A-0

Skanery Vidar  
o bardzo wysokiej  
rozdzielczości  
(8 kamer) i dużej  
prędkości. Mono-  
chromatyczne  
i kolorowe. W ofercie  
także skaner płaski.



### Plotery Kopiarki PPC

Systemy cyfrowe A-0  
Nowa generacja profesjonalnych  
rozwiązań dla Biur Geodezyjnych.



## MATERIAŁY EKSPLOATACYJNE

Wysokiej jakości importowane materiały *Reprotop™* i *ReproCad™* do:

- Światłokopii
- Ploterów atramentowych
- Kserokopii A-0 i systemów cyfrowych...

## PROMOCJA!!!

## ZINTEGROWANY SERWIS TECHNICZNY

Ściśle wyspecjalizowany serwis  
maszyn REGMA i NEOLT