

Quasi-geoida teoretycznie i praktycznie

Modernizacja plus

Model krajowej quasi-geoidy powinien podlegać modernizacji podobnie jak osnowy geodezyjne. Jednym ze sposobów może być lokalne uszczegółowienie na podstawie informacji uzyskanych w trakcie modernizacji osnow wysokościowych.

Piotr Banasik, Kazimierz Bujakowski

Opublikowany w październikowym GEODECIE artykuł „Poprawki i pogorszki” autorstwa dr. Ryszarda Pażusa [1] oraz polemika z nim zamieszczona w tekście prof. Romana Kadaja „Mieszanie w układach” [2] poruszają dwa tematy związane z quasi-geoidą jako powierzchnią odniesienia stosowaną w niwelacji. Pierwszy z nich dotyczy poprawnego odniesienia i układu wysokości, a drugi – pomysłu na sukcesywne uzupełnianie (modernizację) krajowego modelu quasi-geoidy. Okazuje się, że po ponad 20 latach od powstania pierwszego nowoczesnego krajowego modelu quasi-geoidy niwelacyjnej, jakim był model Quasi97B [3], oba tematy są aktualne i warte szerszego omówienia.

• Model quasi-geoidy i rada na układy

Quasi-geoida jest powierzchnią, która funkcjonuje w systemie wysokości normalnych. Powstaje przez odłożenie od punktów na powierzchni Ziemi w kierunku ku elipsoidzie odniesienia, wzdłuż normalnych linii pionu, wysokości normalnych tych punktów [4]. Choć na większości obszaru Polski z dokładnością milimetrową quasi-geoida pokrywa się z geoidą, to jednak obie powierzchnie mają różne własności fizyczne. Definicja modelu quasi-geoidy, zwanej niwelacyjną, w postaci:

$$\zeta = \zeta(x, y) = h - H, \quad (1)$$

gdzie: ζ – anomalia wysokości, czyli odstęp quasi-geoidy od elipsoidy, h – wysokość elipsoidalna, H – wysokość normalna,

wymaga zdefiniowania układu odniesienia i układu wysokości, w którym wyrażone są h i H . Do określenia wysokości elipsoidalnych h dopuszczalne jest stosowanie dwóch układów odniesienia PL-ETRF89 i PL-ETRF2000 (będących dwiema realizacjami ETRS), a do określenia wysokości normalnych H dwóch układów wysokości PL-KRON86-NH i PL-EVRF2007-NH [4]. Zatem teoretycznie moglibyśmy mówić o 4 modelach quasi-geoidy (rys. 1). Dwóch odniesionych do elipsoidy w układzie PL-ETRF89:

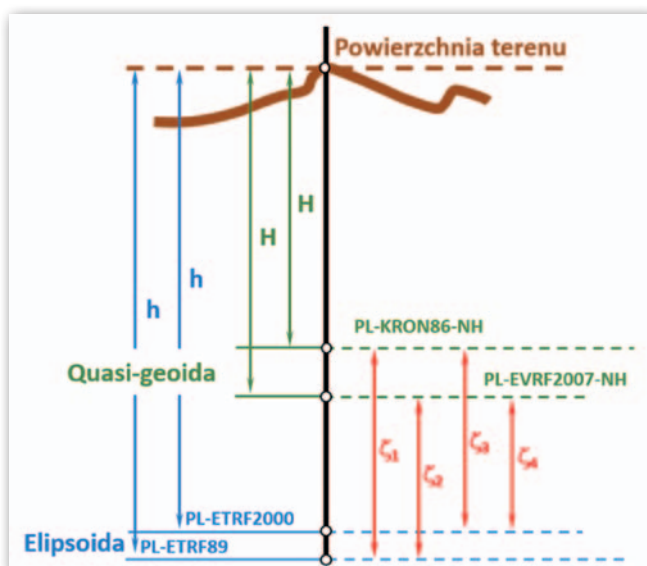
$$\zeta_1 = \zeta_{\text{PL-ETRF89} - \text{PL-KRON86-NH}} = h_{\text{PL-ETRF89}} - H_{\text{PL-KRON86-NH}} \quad (2)$$

$$\zeta_2 = \zeta_{\text{PL-ETRF89} - \text{PL-EVRF2007-NH}} = h_{\text{PL-ETRF89}} - H_{\text{PL-EVRF2007-NH}} \quad (3)$$

i dwóch odniesionych do elipsoidy w układzie PL-ETRF2000:

$$\zeta_3 = \zeta_{\text{PL-ETRF2000} - \text{PL-KRON86-NH}} = h_{\text{PL-ETRF2000}} - H_{\text{PL-KRON86-NH}} \quad (4)$$

$$\zeta_4 = \zeta_{\text{PL-ETRF2000} - \text{PL-EVRF2007-NH}} = h_{\text{PL-ETRF2000}} - H_{\text{PL-EVRF2007-NH}} \quad (5)$$



Rys. 1. Schemat modeli quasi-geoidy w różnych układach odniesienia i układach wysokości stosowanych w Polsce

Aby otrzymać wartość anomalii ζ_3 w układach PL-ETRF2000 i PL-KRON86-NH na podstawie wartości anomalii ζ_1 w układach PL-ETRF89 i PL-KRON86-NH, należy odjąć równania (2) i (4) stronami, czyli uzupełnić wartość ζ_1 o poprawkę $\Delta h = h_{\text{PL-ETRF2000}} - h_{\text{PL-ETRF89}}$: $\zeta_3 = \zeta_1 + \Delta h = \zeta_1 + (h_{\text{PL-ETRF2000}} - h_{\text{PL-ETRF89}})$. Zastosowana poprawka Δh usuwa systematyczną różnicę między modelami (1) i (3), dzięki czemu można porównać anomalie wysokości pochodzące z dwóch różnych modeli. Podobną poprawkę należy stosować dla modeli opracowanych w różnych układach wysokości, np. $\zeta_4 = \zeta_3 - \Delta H = \zeta_3 - (H_{\text{PL-EVRF2007-NH}} - H_{\text{PL-KRON86-NH}})$.

Gdybyśmy dowolny model zdefiniowali ogólnym wzorem:

$$\zeta = \zeta_{A-B} = h_A - H_B, \quad (6)$$

gdzie A, B jest oznaczeniem odpowiednio układu odniesienia i układu wysokości,

to przejście od modelu ζ_{A-B} do modelu np. ζ_{C-D} można byłoby zapisać wzorem:

$$\zeta_{C-D} = \zeta_{A-B} + \Delta h_{A-C} - \Delta H_{B-D} = \zeta_{A-B} + (h_C - h_A) - (H_D - H_B). \quad (7)$$

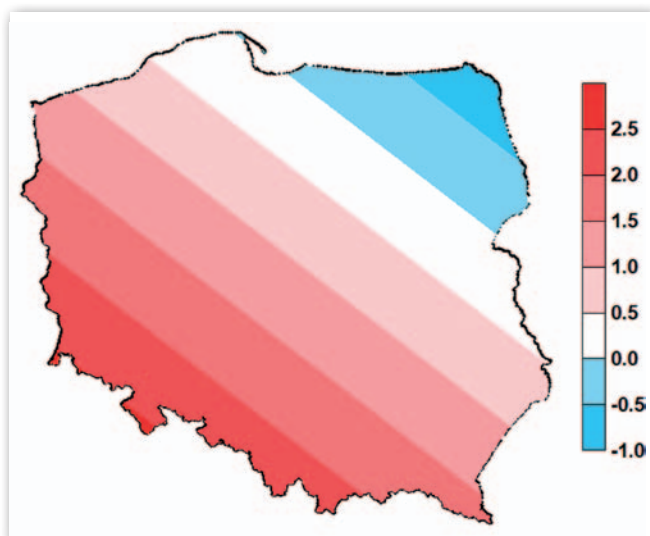
Taki wzór można zastosować w przypadku, gdyby układ odniesienia A został zastąpiony układem odniesienia C, a układ wyso-

kości B został zastąpiony układem wysokości D. Zatem przejście od modelu PL-geoid-2011 (opracowanego w układzie wysokości PL-KRON86-NH) w zakresie dostosowania go np. do układu wysokości PL-EVRF2007 nie jest trudne, bowiem krajowy model transformacji wysokości między układami PL-KRON86-NH i PL-EVRF2007-NH został udostępniony i zawarto go również w programie Transpol 2.06, w module „TRANS-H” [5].

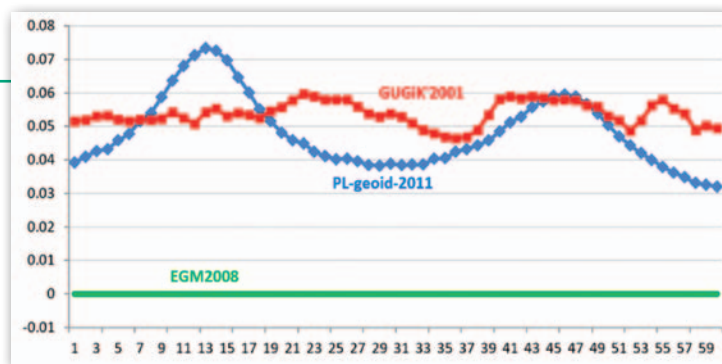
Podobnym sposobem można „przetransformować” anomalie wysokości z poprzedniego modelu quasi-geoidy niwelacyjnej „Geoida niwelacyjna 2001”, który został użyty w publikacji [1] (gdzie oznaczono go skrótem „GUGiK'2001”). Warto jednak zwrócić uwagę na fakt, że model ten w wersji udostępnionej geodetom został opracowany w układzie odniesienia ITRF96 ep.1997.4, a nie w obowiązującym w kraju układzie PL-ETRF89 [6]. Zatem operację dopasowania „Geoidy niwelacyjnej 2001” np. do układu odniesienia PL-ETRF2000 należy wykonać w dwóch etapach, wprowadzając odpowiednie poprawki Δh najpierw ze względu na przejście z układu ITRF96 do PL-ETRF86, a następnie – z układu PL-ETRF86 do PL-ETRF2000. Obu tych poprawek zabrakło w przykładzie liczbowym w publikacji [1]. Gdyby je uwzględnić, to różnice anomalii wysokości obliczonych za pomocą modelu „Geoida niwelacyjna 2001” i „PL-geoid-2011” będą się zawierały w przedziale ± 2 cm, a ich średnia wartość wyniesie 0,9 cm.

Do obliczenia poprawki $\Delta h_{PL-ETRF89-ITRF96}$ należy wykorzystać parametry transformacji (ETRF86 \rightarrow ITRF96 ep.1997.4) podane w [6]. Jej zmienność na obszarze kraju pokazano na rys. 2. Poprawka ta zawiera się w przedziale od -1,0 cm do +2,5 cm, a wartości większych niż ± 1 cm należy się spodziewać w południowo-zachodniej połowie Polski.

A jak względem ww. krajowych modeli quasi-geoidy należy „lokalizować” model geoidy globalnej EGM2008? Po pierwsze, trudno jest go opisać wzorem (1), gdyż do opracowania tego typu modeli grawimetrycznych nie są potrzebne wysokości normalne. Po drugie, powierzchnia tej geoidy jest wynikiem modelowania informacji o polu siły ciężkości, a nie różnicy $h - H$ [7]. Główną zaletą modelu globalnego jest możliwość obliczenia wartości odstepu od elipsoidy (WGS84) w dowolnym miejscu na Ziemi, w przeciwieństwie do dotychczasowych modeli opracowywanych i stosowanych na ograniczonym lądowym obszarze. Wadą geoidy globalnej jest jak na razie jej niska rozdzielczość, czyli zdolność do odzwierciedlania zmian w przebiegu geoidy. Stąd EGM2008 (podobnie jak i poprzednie modele globalne) traktuje się jako długofalowy trend przebie-



Rys. 2. Przebieg zmian wartości $\Delta h_{PL-ETRF89-ITRF96}$ w [cm] na podstawie danych zamieszczonych w [6]



Rys. 3. Wykres rozbieżności anomalii wysokości w [m] z modeli „Geoida niwelacyjna 2001” (GUGiK'2001), PL-geoid-2011, względem modelu globalnego EGM2008 na 60 punktach przykładu liczbowego z publikacji [1] (modele krajowe w układach PL-ETRF2000 i PL-KRON86-NH)

gu geoidy lub quasi-geoidy, który powinien być uzupełniony regionalną (krajową) lub lokalną informacją o odstepie geoidy od elipsoidy lub o anomalii wysokości.

Gdyby mimo to porównać anomalie wysokości z obu ww. krajowych modeli quasi-geoidy (ale po odpowiedniej redukcji do tego samego układu odniesienia PL-ETRF2000) i wyrazić je względem modelu globalnego EGM2008, to wykres (opracowany analogicznie jak w przykładzie liczbowym z publikacji [1]) zyskałby postać jak na rys. 3. Wynika z niego, że oba krajowe modele różnią się od EGM2008 średnio o około 5 cm. Bardziej zróżnicowany kształt modeli krajowych może wskazywać na ich większą szczegółowość w porównaniu z modelem globalnym.

• Uzupełnianie krajowego modelu quasi-geoidy

Pomysł zawarty w publikacji [1], aby wyniki pomiarów GNSS i niwelacyjnych pochodzące z różnych prac geodezyjnych wykorzystać do uszczegółowienia krajowego modelu „niwelacyjnej” quasi-geoidy, jest inspirujący. Musiałyby to być wyniki pomiarów statycznych, wykonane w powtarzalnych, kilkugodzinnych sesjach obserwacyjnych, na punktach, które zostaną nawiązane do osnowy wysokościowej. Tylko takie obserwacje mogłyby dostarczyć wiarygodnych informacji o przebiegu quasi-geoidy niwelacyjnej między punktami, na których oparty jest model krajowy. Należy jednak wątpić, czy tego typu obserwacje w znacznej liczbie znajdują się w zasobach PODGiK jako wyniki w prac geodetów.

Okazją do uzyskania dużej liczby wartościowych obserwacji może być realizowana w całym kraju kampania dostosowania szczegółowych osnow wysokościowych do układu PL-EVRF2007-NH. Jej pierwotny termin zakończenia określony na 31 grudnia br. [4] zostanie zgodnie z zapowiedzią przesunięty na koniec 2023 r. [8]. Kilka dodatkowych lat otwiera możliwości przeprowadzenia kompleksowych modernizacji osnow szczegółowych w powiatach. W warunkach technicznych wykonania modernizacji sieci wysokościowej powinno się znaleźć obowiązkowe uzupełnienie sieci o dodatkowe punkty, na których, oprócz określenia ich wysokości techniką niwelacji geometrycznej, wykonano by kilkugodzinny pomiar statyczny techniką GNSS. W ten sposób zostałyby pozyskane informacje o wartościach anomalii wysokości w kilku (kilkunastu) punktach na obszarze objętym modernizacją.

Wartości anomalii wysokości obliczone z pomiaru GNSS na punktach nawiązanych do osnowy wysokościowej umożliwiają opracowanie modelu lokalnej quasi-geoidy niwelacyjnej, który z kolei mógłby zostać wykorzystany do wzbogacenia i uszczegółowienia modelu krajowego (rys. 4). Należy pamiętać, że krajowe modele quasi-geoidy są oparte na wybranych punktach podstawowych osnow poziomych i wysokościowych, więc gęstość punktów, na których oparty jest model, jest niewielka. W ujęciu falowym modele krajowe stanowią średniofalowy trend przebiegu quasi-geoidy. Trendem krótkofalowym byłyby lokalne modele opracowane na małych obszarach osnow szczegółowych (rys. 4).



Rys. 4. Schemat uzupełnienia (modernizacji) modelu krajowego lokalnymi modelami quasi-geoidy

Aby wyniki dodatkowych pomiarów GNSS i niwelacyjnych mogły lokalnie uzupełnić i poprawić krajowy model quasi-geoidy, musiałyby spełniać ściśle określone wymagania oraz przejść weryfikację pod względem jednorodności i dokładności. Realizacja przedstawionego pomysłu modernizacji krajowego modelu quasi-geoidy będzie wymagała działań koordynacyjnych na szczeblu centralnym oraz odpowiedniego usankcjonowania prawnego.

Ogólny schemat postępowania, którego celem byłoby opracowanie lokalnego modelu quasi-geoidy niwelacyjnej przy okazji modernizacji szczegółowej osnowy wysokościowej, byłby następujący:

1. Przeprowadzenie klasycznej modernizacji szczegółowej osnowy wysokościowej na danym obszarze w nawiązaniu do reperów osnowy podstawowej, których wysokości wyrażone są w obowiązującym układzie wysokościowym.

2. Zaprojektowanie lokalizacji dodatkowych punktów (kilku lub kilkunastu, w zależności od wielkości obszaru) do pomiaru GNSS w otoczeniu dogodnym dla tych pomiarów i w pobliżu wybranych reperów osnowy wysokościowej (szczegółowej lub podstawowej).

3. Wykonanie kilkugodzinnych obserwacji GNSS na punktach i określenie ich wysokości przez nawiązanie do reperów osnowy wysokościowej.

4. Opracowanie obserwacji GNSS i obliczenie współrzędnych oraz wysokości elipsoidalnych w obowiązującym układzie odniesienia, sformułowanie wniosków do powtórnych lub kontrolnych pomiarów GNSS.

5. Ewentualne pomiary kontrolne.

6. Łączne opracowanie obserwacji z pomiaru głównego lub kontrolnego, obliczenie wartości anomalii wysokości na punktach.

7. Modelowanie anomalii wysokości na obszarze objętym modernizacją w celu opracowania lokalnego modelu quasi-geoidy $\zeta = \zeta(x, y)$ w obowiązujących układach odniesienia i układach wysokości.

8. Obliczenie poprawek do anomalii wysokości wynikających z modelu lokalnego w węzłach modelu krajowego.

Opracowanie wyników dodatkowych pomiarów uzupełniających modernizację sieci wysokościowej mogłoby przeprowadzić wykonawca prac modernizacyjnych przy wsparciu jednostek naukowych lub pracowników GUGiK lub pod ich nadzorem. Etapy 1, 3 i 5 wymagałyby szczególnej staranności pomiarowej, aby pozyskane obserwacje były odpowiednio dokładne. W związku z tym zalecana byłaby np. jednorodność anten odbiorników użytych do obserwacji GNSS. Dużej staranności wymagają także prace obliczeniowe w etapach 1, 4 i 6. Konieczne są wariantowe nawiązania i wyrównania obserwacji GNSS i niwelacyjnych oraz odpowiednia analiza statystyczna wariantowych opracowań w etapie 7. Modelowaniu podlegałyby nie tyle całkowite wartości anomalii wysokości, co przyrosty np. do modelu globalnego EGM2008 prezentującego długofalowy trend quasi-geoidy. Zaletą takiego postępowania jest usunięcie z anomalii wysokości trendu długofalowego, rozumianego jako część systematyczna i skupienie się na modelowaniu pozostałej części anomalii wysokości. Etap 8 jest wstępem do procesu włączenia danego modelu lokalnego do modelu krajowego. Sposób jego przeprowadzenia wymaga osobnego opracowania.

Przy okazji rozważań na temat budowania modelu quasi-geoidy i jego wykorzystania warto zauważyć, że zgodnie z zależnością (1) model quasi-geoidy jest bardziej odporny na powierzchniowe zmiany wysokości punktów osnów wysokościowych. Takie zmiany np. na terenach górniczych powodują utratę stałości wysokości znaków geodezyjnych. Zmiana wysokości zarówno normalnej H , jak i elipsoidalnej h o tę samą wartość osiadania, zgodnie z zależnością (1), nie wpłynie na wartość anomalii wysokości ζ . Zatem opracowany model quasi-geoidy w postaci $\zeta = \zeta(x, y)$ nie „starzeje się” tak szybko, jak osnowy wysokościowe na obszarach podlegających powierzchniowym deformacjom. Taki model wraz z pomiarami GNSS może więc stanowić alternatywę dla klasycznych sieci niwelacyjnych.

• Podsumowanie

Oba poruszone wyżej tematy wynikają z treści wymienionych na wstępie publikacji. Quasi-geoida w tej najprostszej, „niwelacyjnej” postaci wymaga informacji o układach odniesienia i układach wysokości. Model takiej quasi-geoidy można wyrażać w różnych układach definiujących wysokości elipsoidalne i normalne, i z tego powodu wynikają w dużej mierze rozbieżności między modelami. Wartość anomalii wysokości bez podania rodzaju układu odniesienia i układu wysokości jest informacją niepełną. Na przykład anomalia wysokości obliczona za pomocą obecnie udostępnionego modelu PL-geoid2011 w tym samym punkcie ma dwie wartości różniące się od siebie o kilka centymetrów, co wynika z dwóch układów odniesienia, w których model ten został udostępniony (model podany wzorem (2) i (4)). W związku z tym porównywanie anomalii wysokości obliczonych z modeli quasi-geoidy wymaga na wstępie sprawdzenia i ewentualnie uzgodnienia układów, w których zostały one opracowane.

Model krajowej quasi-geoidy powinien podlegać modernizacji podobnie jak osnowy geodezyjne. Jednym ze sposobów może być lokalne uszczegółowienie na podstawie informacji uzyskanych w trakcie modernizacji szczegółowych osnów wysokościowych. Aktualne zadanie wprowadzenia w Polsce układu wysokościowego PL-EVRF2007-NH i związany z tym proces modernizacji osnów szczegółowych można byłoby powiązać właśnie z taką modernizacją krajowego modelu quasi-geoidy. Odpowiednio dokładny model quasi-geoidy wydaje się rozwiązaniem problemu niwelacji na obszarach, na których deformacje powierzchni terenu powodują, że wysokości reperów szybko stają się nieaktualne.

dr hab. inż. Piotr Banasik, dr inż. Kazimierz Bujakowski

AGH w Krakowie, Wydział Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska, Katedra Geodezji Zintegrowanej i Kartografii (praca powstała w ramach badań 16.16.150.545)

Literatura

- [1] Pażus R., Poprawki i pogorszki. Geoida hybrydowa PL-geoid-2011 w praktyce, GEODETA 10/2019;
- [2] Kadaj R., Mieszanie w układach. O prawdziwości tez artykułu Ryszarda Pażusa na temat geoidy, GEODETA 10/2019;
- [3] Tyszkowicz A., Grawimetryczna quasigeoida model QUASI97B a Układ Wysokościowy KRONSZTAD 86, VI Sympozjum „Współczesne problemy podstawowych sieci geodezyjnych”, Warszawa 3-4.09.1998;
- [4] Rozporządzenie Rady Ministrów z 15 października 2012 r. w sprawie państwowego systemu odniesień przestrzennych, DzU z 2012 r., poz. 1247;
- [5] <http://www.gugik.gov.pl/bip/prawo/modele-danych> (dostęp 17.10.2019);
- [6] Pażus R., Osada E., Olejnik S., Geoida niwelacyjna 2001, GEODETA 5/2002;
- [7] https://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/egm08_wgs84.html (dostęp 17.10.2019);
- [8] <https://geoforum.pl/news/27977/nowy-uklad-wysokosciowy-zacznie-obowiazac-pozniej-> (dostęp 17.10.2019).