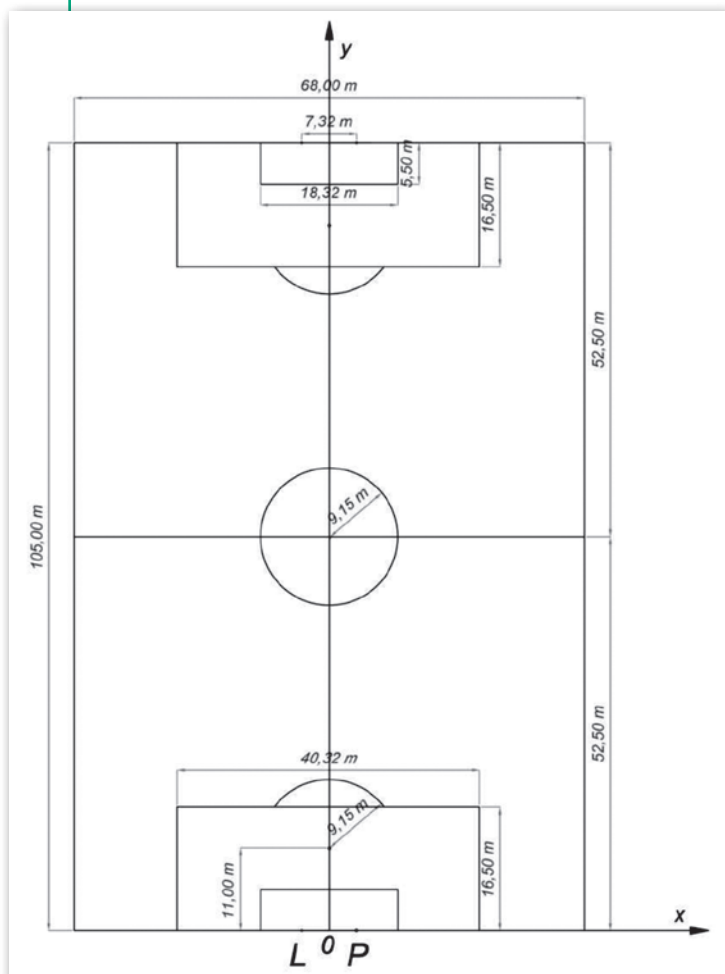


Relacje przestrzenne między polem gry zespołowej a obiektem celu na przykładzie piłki nożnej

Czy piłkarze stosują geometrię?



Dlaczego strzał na bramkę z dużej odległości jest tak mało skuteczny i dlaczego warto dośrodkować, zamiast strzelać ze skrzydła? Zbliżając się do finału Mistrzostw Świata w Piłce Nożnej 2018, zauważmy, jak wiele wspólnego ma ta dyscyplina z geometrią.



Rys. 1. Znormalizowane wymiary boiska do piłki nożnej obowiązujące dla obiektów powstających od roku 2008 – geometria linii, pól, łuków i bramek oraz przyjęty do analiz układ współrzędnych

Konrad P. Eckes

Problem relacji przestrzennych pomiędzy dowolnym punktem pola gry a celem (bramką) występuje w kilku grach zespołowych: w piłce nożnej, ręcznej, wodnej, a także w hokeju. W tych dyscyplinach sportu jest ustalone pole gry, są określone dwie pionowe bramki. Zdefiniowany jest również identyczny cel – umieszczenie piłki lub krążka w bramce drużyny przeciwnej. Cechą charakterystyczną tych pól gry jest podwójna symetria – względem podłużnej osi boiska oraz względem linii środkowej. Wśród bogatych i zróżnicowanych przepisów, zasad i strategii – wymienione przestrzenne podobieństwa i cel gry pozostają cechami wspólnymi.

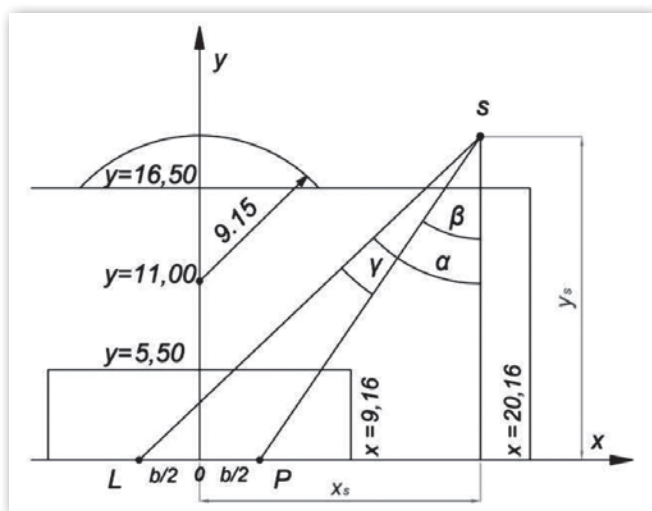
Spróbujmy ustalić relacje pomiędzy dowolnym punktem pola gry a jej celem. Jako przykładowe weźmy pole i zasady gry w piłkę nożną, która ma boisko o największych wymiarach, a więc wyniki analizy mogą być najbardziej wyraziste.

• Pole gry

Boisko do piłki nożnej musi być prostokątem (ale nie może być kwadratem). Dopuszczalne wymiary mieszczą się w następujących przedziałach:

- długość 90-120 m i szerokość 45-90 m – dla obiektów istniejących przed rokiem 2008,
- do zawodów międzynarodowych mogą być dopuszczone tylko takie obiekty, powstałe przed rokiem 2008, których wymiary są zawarte w przedziałach o mniejszej tolerancji: długość 100-110 m i szerokość 64-75 m,
- od marca 2008 roku obowiązują dla obiektów nowo powstających ściśle określone wymiary 105 m x 68 m zdefiniowane przez Międzynarodową Federację Piłki Nożnej (FIFA).

Boisko zawiera dwie pary pól – pola karne o wymiarach 16,50 m x 40,32 m oraz pola bramkowe 5,50 m x 18,32 m. Korzystając z podwójnej symetrii, możemy nasze rozważania prowadzić na połowie boiska, a nawet na jego czwartej części, nie tra-



Rys. 2. Relacja przestrzenna pozycji strzału S i bramki LP. Wyznaczenie kąta γ , pod jakim widać rzut światła bramki $b = LP$ z punktu S

ciąg nic z ogólnego charakteru analizy. Skupimy się na połowie boiska pokazanej w dolnej części rysunku 1 i na linii bramkowej umieścimy oś x układu współrzędnych. Punkt początkowy układu posadowimy w środku bramki. Oś y będzie się pokrywać z podłużną osią symetrii boiska. W tym układzie współrzędne lewego i prawego słupka bramki: L (-3,66; 0), P (+3,66; 0). Słupki wyznaczają podstawę światła bramki (7,32 m), które jest prostokątem o wysokości 2,44 m należącym do płaszczyzny pionowej.

Praktyczna zasada gry w piłkę nożną polega na zdobywaniu pola drużyny przeciwnej i utrzymywaniu kontroli nad piłką do chwili, kiedy – będąc w miarę blisko bramki – zawodnik drużyny atakującej podejmuje decyzję o oddaniu strzału. W naszych rozważaniach nie będziemy się zajmować złożonym procesem zdobywania pola, lecz rozpatrzmy relację pozycji, z której jest oddawany strzał, względem celu, którym jest bramka drużyny broniącej. Nie chodzi nam bowiem o taktykę gry, lecz relację przestrzenną punktu strzału S względem bramki $b = LP$ (rys. 2).

W analizach ograniczamy się do połowy boiska, ponieważ strzały z drugiej połowy są całkowicie nieskuteczne i kończą się utratą kontroli nad piłką. W praktyce również dalekie strzały ze strefy bliskiej linii środkowej są mało skuteczne, ale rozważymy takie przypadki, aby porównać analizy geometryczne z powszechnie uznawaną praktyką.

• Analiza kąta poziomego

Zacznijmy od analizy kąta poziomego, pod jakim widać odcinek rzutu światła bramki z dowolnej pozycji pola gry. Oddanie poprawnego strzału nie jest w pełni procesem deterministycznym – w pewnym stopniu posiada cechę losowości. Mimo starannego nadania piłce zamierzonego kierunku jej tor przyjmie kierunek mieszczący się w pewnej strefie rozrzutu. Ta strefa na płaszczyźnie poziomej ma kształt smukłego trójkąta. Właśnie ze względu na tę narastającą wraz z odległością strefę rozrzutu strzały z dalszych odległości mogą być niecelne. Dlatego z praktycznego punktu widzenia jest wskazane, aby kąt γ , pod jakim widać z punktu S światło bramki $LP = b$ (rys. 2), był dużo większy niż kąt trójkąta rozrzutu przy wierzchołku S. Drużyna atakująca zazwyczaj kontynuuje zdobywanie pola w strefie bliskiej bramki, aby strzał, mimo rozrzutu, mógł być skuteczny.

Intuicja odpowiada nam, że wielkość kąta poziomego γ w strefie środkowej boiska zależy całkowicie od odległości do bramki i w jej pobliżu bardzo szybko wzrasta. W miarę oddalania się od osi podłużnej boiska ku skrzydłom – kąt γ znacznie maleje i powinien w tej strefie dodatkowo maleć w miarę zbliżania się do linii bramkowej.

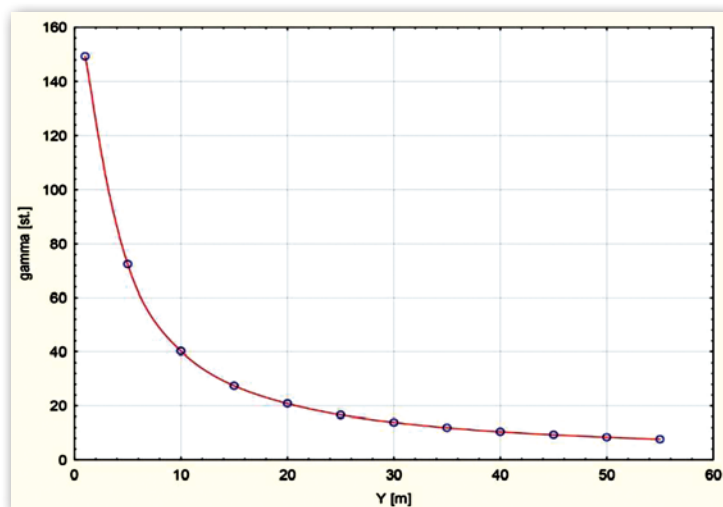
Przytoczone intuicyjne spostrzeżenia zostały w pełni poparte wynikami obliczeń. Rozpocznijmy od analiz liniowych wzdłuż osi podłużnej boiska i na linii pola karnego. Wyniki obliczeń zostały przedstawione na wykresach 3 i 4. Rysunek 3 przedstawia wartości kąta γ w zależności od odległości od światła bramki (od 1 m do 55 m) na linii osi podłużnej boiska w interwale co 5 m. Na wykresie jest widoczne szybkie narastanie kąta γ w przedziale od 10 do około 1 m.

Rysunek 4 przedstawia wartości kąta γ dla pozycji oddalających się od podłużnej osi boiska, ku skrzydłom, na linii pola karnego, oddalanej od linii bramkowej o 16,5 m. Dla punktu znajdującego się na osi boiska kąt γ jest równy $25,0^\circ$ i w miarę oddalania się od tej osi spada do wartości $6,0^\circ$.

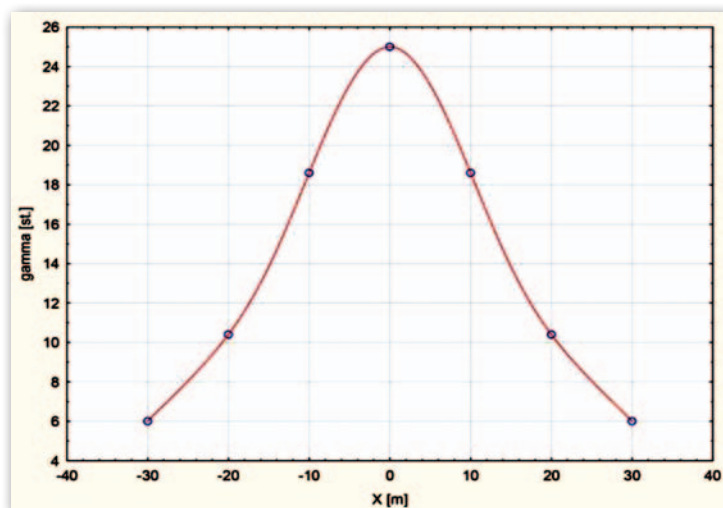
Sposób wyznaczenia kąta γ , pod jakim widać odcinek $LP = b$ z dowolnej pozycji boiska, został pokazany na rysunku 2. Kąt γ zostanie obliczony z różnicy kątów α i β :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x_S - x_L}{y_S}, \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{x_S - x_P}{y_S}, \quad \gamma = \alpha - \beta,$$

$$\gamma = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x_S - x_L}{y_S} - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x_S - x_P}{y_S}. \quad (1)$$



Rys. 3. Wartości kąta γ , pod jakim widać bramkę z punktów położonych na podłużnej osi boiska w przedziale od 1 do 55 m. Widoczny znaczny wzrost wartości kąta γ od w przybliżeniu punktu rzutu karnego do punktu w odległości 1 m od bramki

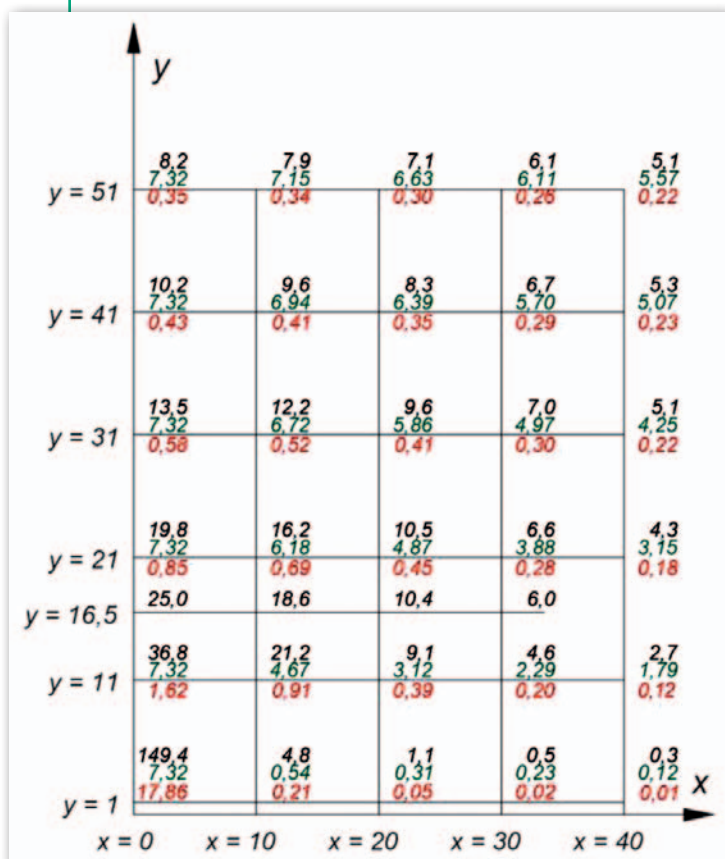


Rys. 4. Wartości kąta γ , pod jakim widać bramkę z punktów położonych na linii pola karnego oddalanej od bramki o 16,5 m. Widoczne znaczne spadki wartości kąta γ wraz z przesuwaniem się punktu S ku bocznym liniom boiska

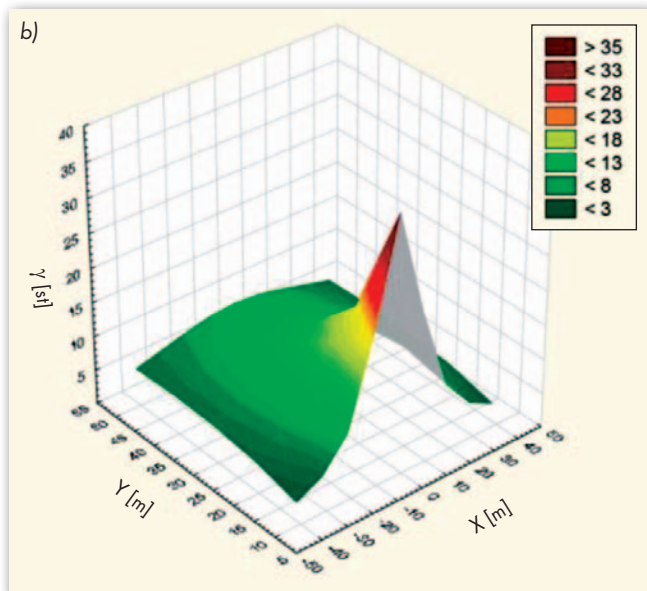
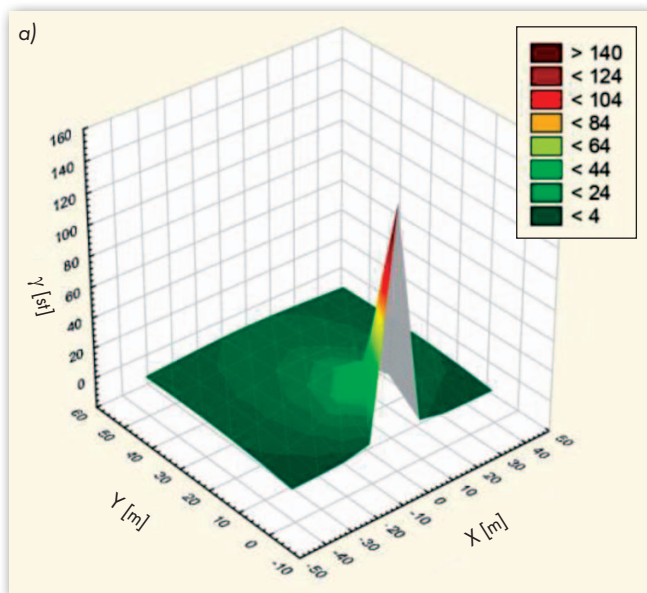
W celu sporządzenia wykresu powierzchniowego wartości kąta γ jako funkcji dwóch zmiennych $F(x, y)$ – na połowie boiska założono siatkę o węzłach narastających wzdłuż osi x i y co 10 m (rys. 5). Siatka znajduje się w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych, w strefie dodatnich współrzędnych x oraz y . Aby uniknąć wartości nieoznaczonych, linie siatki, narastające wzdłuż osi y , rozpoczynają się od wartości jednego metra i konsekwentnie wykazują kolejne współrzędne na osi y co 10 m aż do wartości 51 m. Ta ostatnia linia siatki jest bliska linii środkowej boiska ($y = 52,5$ m). Na rysunku 5 zostały wypisane przy węzłach siatki wartości kąta γ w kolorze czarnym. Oznaczono także wartości kąta γ dla linii pola karnego (16,5 m), które posłużyły do sporządzenia wykresu 4.

Dane te posłużyły do sporządzenia wykresów powierzchniowych (6a i 6b). Rysunek 6a przedstawia powierzchnię utworzoną z pełnej liczby węzłów siatki. Na tym wykresie dominuje znaczny wzrost wartości kąta γ dla odległości jednego metra od bramki ($149,4^\circ$). Powoduje to całkowite spłaszczenie wykresu prawie na całym obszarze siatki i nie wykazuje zróżnicowania wartości.

Dlatego na rysunku 6b zostały pominięte wartości dla linii $y = 1$ m. W tym przypadku dominująca wartość kąta γ równa $36,8^\circ$ dla punktu rzutu karnego ($y = 11$ m) nie spłaszcza już tak bardzo niewielkich wartości kąta γ na dużym obszarze. Jest tu widoczny efekt narastania kąta γ na linii osi boiska, w miarę zbliżania się do bramki, a także efekt zmniejszania się wartości tego kąta w strefach skrzydłowych boiska. W miarę zbliżania się do linii bramkowej boiska na skrzydłach odcinek bramki $LP = b$ widziany jest pod coraz mniejszym kątem, który na linii końcowej boiska osiąga wartość zero.



Rys. 5. Siatka testowa, obejmująca czwartą część boiska, zawiera wartości kąta γ wypisane kolorem czarnym przy węzłach o określonych współrzędnych. W kolorze zielonym są opisane wartości t (rzutu światła bramki) dla umownych węzłów siatki, w kolorze czerwonym – wartości wskaźnika szansy V omówione w dalszej części artykułu



Rys. 6. Powierzchnie rozkładu wartości kąta γ , pod jakim widać światło bramki z dowolnych punktów połowy boiska. W obydwu przypadkach jest widoczne zdecydowane narastanie wartości kąta γ w strefie bezpośredniego sąsiedztwa bramki. Dla uwypuklenia efektu na rys. 6b pominięto wartości w węzłach odległych od linii bramkowej o 1 m

• Geometria zmniejszonego światła bramki

Kolej teraz na zajęcie się geometrią zmniejszonego światła bramki dla pozycji strzału odbiegającej od podłużnej osi boiska. W dotychczasowych rozważaniach zajmowaliśmy się wyłącznie zmienną wartością kąta γ dla różnych pozycji punktu S . Należy jednak zauważyć, że każde zmniejszenie kąta γ – we wszystkich przypadkach poza osią podłużną boiska – stwarza korzystną sytuację dla drużyny broniącej bramki, gdyż przy strzałach ze skrzydeł boiska światło bramki ulega zmniejszeniu. Linia wnętrza bramki LP ulega zmniejszeniu do odcinka $RP = t$ prostopadłego do dwusiecznej SQ kąta γ (rys. 7).

Rozważmy, jak kształtuje się długość odcinka t w zależności od pozycji punktu S względem bramki LP . Z trójkąta prostokątnego wyznaczonego przez odciętą i rzędną punktu S możemy obliczyć odległość d_p punktu S do bliższego słupka bramki P :

$$d_p = \sqrt{(x_s - x_p)^2 + y_s^2}. \quad (2)$$

Po podstawieniu za x_p realnej wartości 3,66 m (połowy rzeczywistego wymiaru bramki 7,32 m) oraz po podniesieniu różnicy współrzędnych do kwadratu otrzymujemy wzór na długość odcinka d_p :

$$d_p = \sqrt{x_s^2 + y_s^2 - 7,32 x_s + 13,40}. \quad (3)$$

Z trójkąta prostokątnego SPQ możemy obliczyć połowę odcinka t :

$$\frac{t}{2} = d_p \sin \frac{\gamma}{2}. \quad (4)$$

Podstawiając za d_p wzór (3) – wielkość odcinka t można obliczyć z ostatecznego wzoru:

$$t = 2 \sin \frac{\gamma}{2} \sqrt{x_s^2 + y_s^2 - 7,32 x_s + 13,40}. \quad (5)$$

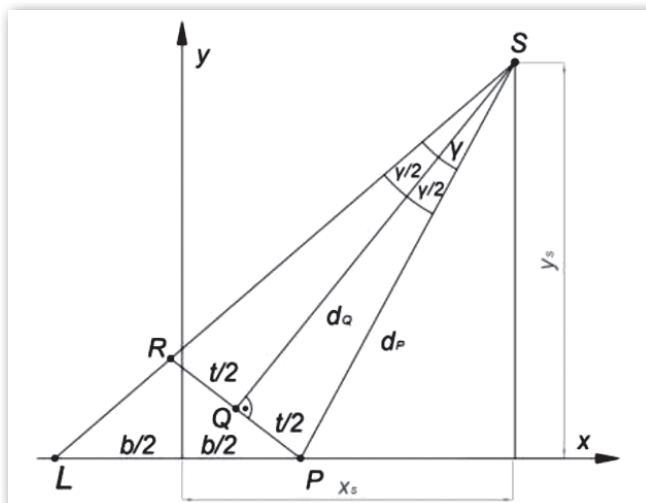
Odcinek t jest rzutem światła bramki, który jest mniejszy od światła nominalnego, co jest konsekwencją zajęcia takiej pozycji przez punkt S, która odbiega od jego podłużnej osi ku skrzydłom. Na rysunku 5 zostały wyszczególnione wartości odcinka t dla umownych węzłów siatki – w kolorze zielonym. Należy zwrócić uwagę na to, że dla węzłów zlokalizowanych na podłużnej osi boiska nie występuje żadne zmniejszenie światła bramki i odcinek t pokrywa się tam z nominalnym rzutem światła bramki wynoszącym 7,32 m.

Aby przedstawić poglądowo zmniejszanie się światła bramki, obliczony został wskaźnik N będący ilorazem lokalnej wartości t i nominalnego rzutu światła bramki $b = 7,32$ m:

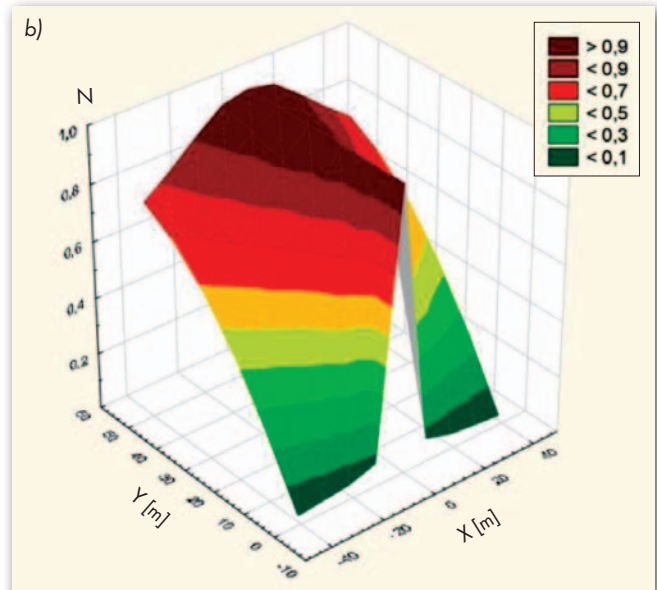
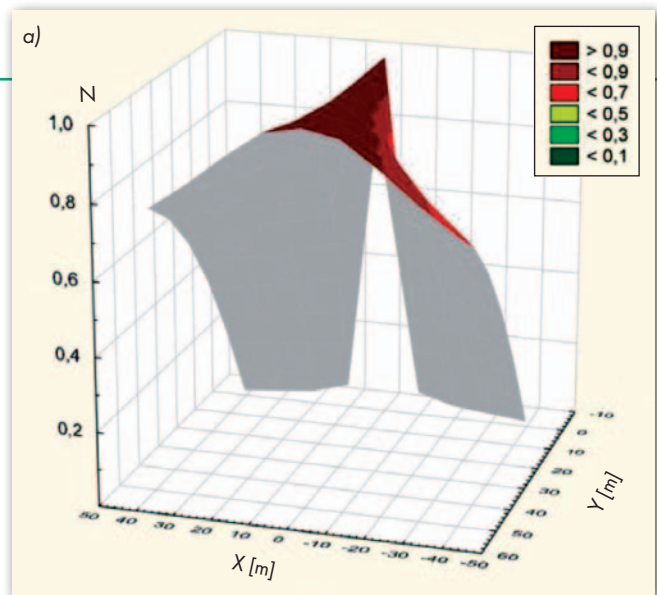
$$N = \frac{t}{b}. \quad (6)$$

Na podstawie wartości tego wskaźnika zostały sporządzone wykresy powierzchni (rysunki 8a i 8b).

Rysunek 8a przedstawia widok powierzchni od strony wnętrza boiska, natomiast 8b – od zewnętrznej strony boiska, spoza linii bramkowej. W obydwu przypadkach jest wyraźnie widoczny zmniejszający się rzut światła bramki w miarę oddalania się od osi podłużnej, ku skrzydłom. Zwłaszcza wyraziste jest znaczne zmniejszenie się wskaźnika N w strefach końcowych boiska, po stronie drużyny broniącej się. Obydwa rysunki potwierdzają pozostawanie rzutu światła bramki w swojej nominalnej wartości na osi podłużnej boiska – na całej długości tej linii wskaźnik N przyjmuje maksymalną wartość 1,0.



Rys. 7. Zmniejszający się rzut światła bramki $RP = t$ w relacji do nominalnego wymiaru b – dla pozycji strzału do bramki ze stref bocznych boiska

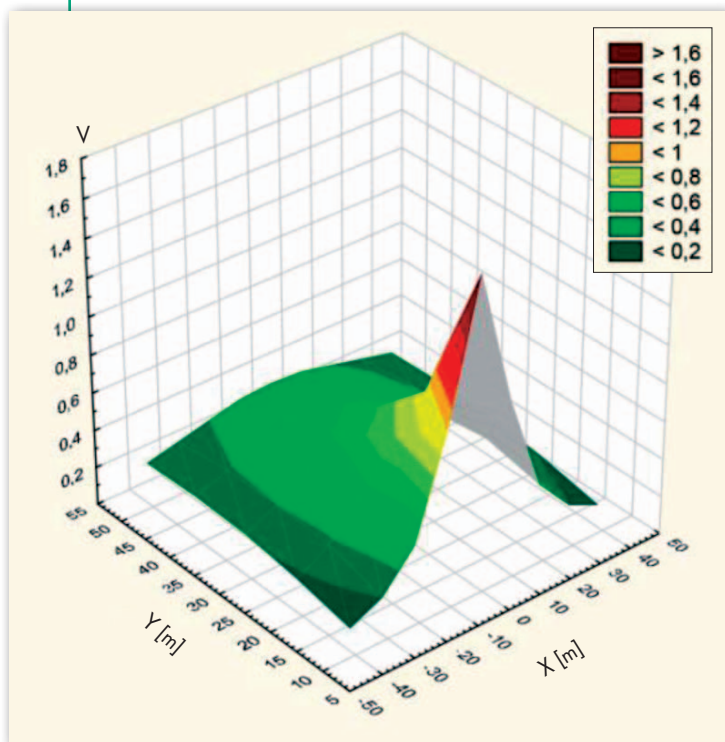


Rys. 8. Powierzchnie przedstawiające rozkład wartości wskaźnika N stanowiącego iloraz lokalnej wartości rzutu światła bramki t do wartości nominalnej b . Rysunek 8a (widok od strony wnętrza boiska) wskazuje na szybkie zmniejszanie się wskaźnika N w miarę zbliżania się do linii bramkowej boiska w jego strefach bocznych. Rysunek 8b (widok od strony zewnętrznej boiska, spoza linii końcowej) potwierdza to spostrzeżenie. Obydwa wykresy wykazują niezmienną wartość wskaźnika N (na poziomie maksymalnej wartości 1,0) dla punktów zlokalizowanych na podłużnej osi boiska

• Porównywalny, praktyczny wskaźnik szansy

Rozpatrzyliśmy dotychczas trzy wskaźniki charakteryzujące relacje pomiędzy dowolnie wybraną pozycją boiska S i bramką LP: kąt γ jako kąt widzenia odcinka bramki b , odcinek t reprezentował rzut światła bramki, gdy punkt S nie znajdował się na podłużnej osi boiska, wskaźnik N jako iloraz lokalnej wartości odcinka t do nominalnego wymiaru bramki $b = 7,32$ m. Wskaźniki te pozwoliły na poglądowe przedstawienie ich wartości w postaci wykresów.

Podjęliśmy jednak próbę stworzenia jakiegoś praktycznego wskaźnika, bliskiego codziennemu doświadczeniu, który byłby poglądowy nie tylko w formie graficznej, lecz także jako wartość liczbowa. Łatwo możemy sobie wyobrazić relację rzeczywistej wielkości tarczy celowniczej i odległości do niej. W przypadku piłki nożnej taką „tarczą celowniczą” jest światło bramki o wymiarach $b = 7,32$ m i $h = 2,44$ m. Pole powierzchni realnego światła bramki wynosi zatem $17,86$ m². Biorąc pod uwagę omówioną wcześniej własność zmniejszającego się rzu-



Rys. 9. Powierzchnia przedstawiająca rozkład wskaźnika V stanowiącego iloraz lokalnej wielkości światła bramki do odległości punktu S od rzutu t tego światła. Dla pokazania plastyki wykresu w rejonach o niewielkich wartościach wskaźnika pominięto wartości w węzłach odległych od linii bramkowej o 1 metr

tu światła bramki b (dla strzałów padających z niewielkich lub głębokich skrzydeł) do wartości t – przejdźmy obecnie od rzutów do realnych wymiarów powierzchniowych i zbudujmy na odcinku rzutu t powierzchnię T :

$$T = t h. \quad (7)$$

Mając światło bramki w postaci rzeczywistej, obliczmy dodatkowo odległość, na której ta „tarcza celownicza” jest ustawiona. Ta odległość została na rysunku 7 oznaczona jako d_Q . Przebiega ona wzdłuż dwusiecznej kąta γ i jest prostopadła do odcinka t . Z trójkąta SPQ można wyliczyć d_Q :

$$d_Q = d_p \cos \frac{\gamma}{2}. \quad (8)$$

Mając ogólną postać pola powierzchni światła bramki (7) oraz odległość celu (8), możemy uformować praktyczny wskaźnik szansy V jako iloraz T i d_Q :

$$V = \frac{T}{d_Q} = \frac{th}{d_p \cos \frac{\gamma}{2}} = \frac{2h \cdot d_p \sin \frac{\gamma}{2}}{d_p \cos \frac{\gamma}{2}} = 2h \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}. \quad (9)$$

Wskaźnik V przedstawia zasadę, że powodzenie strzału z dowolnej pozycji boiska jest wprost proporcjonalne do powierzchni światła bramki odpowiadającego danej pozycji i jest odwrotnie proporcjonalne do odległości od bramki. Wartość wskaźnika V została wyliczona dla węzłów siatki i zapisana w kolorze czerwonym na rysunku 5. Studia wielkości wskaźnika V potwierdzają nasze dotychczasowe spostrzeżenia. Dla dalekiej strefy, w pobliżu środka boiska, wskaźnik V przyjmuje wartość od około 0,2 do 0,3, dla linii w osi boiska narasta w miarę zbliżania się do bramki do wartości 17,86, natomiast dla pozycji głębokich skrzydeł kształtuje się na poziomie od

0,1 do 0,2. Dla punktu rzutu karnego wskaźnik wynosi 1,62, natomiast wartość 1,0 przyjmuje na osi boiska w odległości 17,86 metrów od bramki, a więc około 1,4 m dalej poza linię pola karnego.

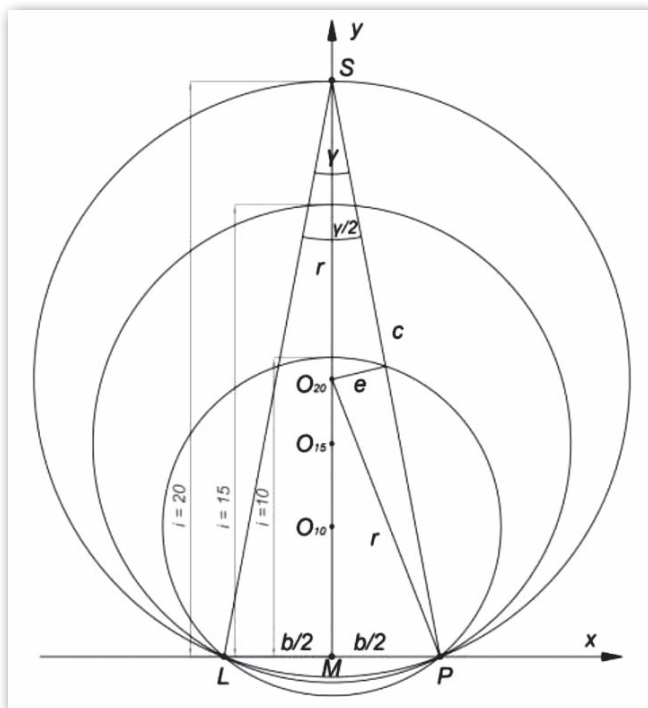
Na podstawie wartości wskaźnika V (wypisanych na czerwono przy węzłach siatki na rys. 5) sporządzono wykres powierzchni (rys. 9). Korzystając z doświadczeń zdobytych przy sporządzaniu wykresu z rysunku 6a, wykorzystano do wykresu wartości rozpoczynające się od linii $y = 11$ m. Takie postępowanie pozwoliło na uzyskanie czytelnego i plastycznego wykresu powierzchniowego (rys. 9).

Charakterystyczne jest podobieństwo wykresu 9 do wykresu 6b, ponieważ zostały one utworzone z wartości kąta γ oraz z tangensa jego połowy w takim zakresie wartości funkcji, który umożliwia to podobieństwo. Jednak wskaźnik V jest bardziej poglądowy i czytelny w ocenie bezpośredniej, nie tylko w postaci wykresu, lecz także w postaci liczbowej.

• Izolinie równej szansy

Korzystając z siatki przedstawionej na rysunku 5, mogliśmy pokazywać rozkład wskaźników dla różnych pozycji boiska. Na koniec podejmijmy próbę wyznaczenia izolinii równej szansy dla pewnych standardowych odległości od linii bramkowej. Przyjmijmy trzy izolinie, których odległości w osi podłużnej boiska od linii bramkowej będą równe 20 m, 15 m i 10 m. Skorzystamy z zasady, że kąt wpisany w okrąg, oparty na cięciwie, jest równy dla każdego punktu tego okręgu. Zatem okręgi o odpowiednio obliczonych promieniach, oparte na cięciwie bramki LP , będą izoliniami równej wartości kąta γ dla punktów S położonych na tych okręgach.

Naszym zadaniem jest obliczenie promieni okręgów dla trzech przyjętych izolinii. Średnice izolinii nie są równe odległości punktu S od linii bramkowej, ponieważ izolinie muszą być oparte na cięciwie bramki LP (rys. 10), stąd odległości pomiędzy środkami okręgów i linią bramkową są mniejsze



Rys. 10. Izolinie równej szansy w kształcie okręgów opartych na cięciwie bramki $LP = b$ dla trzech odległości punktu S (na osi podłużnej boiska) do linii bramkowej: 20 m, 15 m i 10 m. Kąty γ wpisane w okręgi zachowują swoje niezienne wartości dla każdego położenia punktu S na danym okręgu

od promieni okręgów. W zadaniu tym dane są wymiary cięciwy $LP = b$, a także odległości punktu S od linii bramkowej (20 m, 15 m i 10 m). Do promieni okręgów dojdziemy, obliczając kolejno cięciwę $SP = c$ oraz wysokość e trójkąta zbudowanego na tej cięciwie.

Cięciwę c obliczymy ze smukłego trójkąta prostokątnego SPM:

$$c = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + (i_{20})^2}, \text{ gdzie: } i_{20} = 20 \text{ m.} \quad (10)$$

Z trójkątów prostokątnych podobnych, o identycznym kącie wierzchołkowym, obliczymy wysokość e :

$$\frac{e}{\frac{c}{2}} = \frac{b}{i_{20}}, \quad (11)$$

$$\text{skąd } e = \frac{b \cdot c}{2 \cdot i_{20}}. \quad (12)$$

Teraz, mając cięciwę c i wysokość e , możemy z trójkąta prostokątnego opartego na połowie cięciwy c obliczyć promień r :

$$r = \sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2 + e^2}. \quad (13)$$

Na podstawie wzorów (10), (12) i (13) zostały obliczone promienie trzech izolinii równej szansy, jak również odpowiadające im wartości kąta γ . Dane pośrednie i końcowe zestawiono w tabeli 1.

Tab. 1. Dane do wyznaczenia przykładowych izolinii równej szansy przedstawionych na rys. 10

i [m]	c [m]	e [m]	r [m]	γ [°]
20	20,33	1,86	10,34	20,74
15	15,44	1,88	7,95	27,42
10	10,64	1,95	5,67	40,20

Wnioski z przebiegu izolinii potwierdzają wszystkie dotychczasowe spostrzeżenia. Przyjęcie pozycji strzału S w pobliżu podłużnej osi boiska jest szczególnie korzystne. Aby uzyskać taką samą szansę, będąc w pozycji skrzydłowej, oddalony od tej linii o wartość promienia r , musielibyśmy zbliżyć się do bramki w przybliżeniu o połowę odległości pierwotnej, co oczywiście związane jest z koniecznością trudnego zdobywania pola w rejonie zagęszczonej defensywy drużyny broniącej swojej bramki. Właśnie dlatego standardowa reguła gry polega na zdobywaniu pola skrzydłami zakończonym podaniem do centralnej części boiska – zwanego dośrodkowaniem (lub podaniem prostopadłym).

Na koniec warto zastanowić się, jak mogłyby się kształtować izolinie dla wskaźnika V . Powróćmy do rysunku 7 oraz do wzorów (7) i (9). Wynika z nich, że wskaźnik V jest podwojonym tangensem kąta $\frac{\gamma}{2}$, pomnożonym przez stałą h . Jeżeli zatem izolinie zależne są od kąta γ opartego na cięciwie LP , to dla wskaźnika V izolinie podobnie będą okręgami, ponieważ w tym przypadku niezmienny kąt γ będzie zastąpiony przez również niezmienny kąt $\frac{\gamma}{2}$ pomnożony przez stałą h .

• Geometria potwierdza stare prawdy

Przedmiotem przeprowadzonych analiz była ocena szansy dokonania bezpośredniego strzału w światło bramki z do-

wolnej pozycji boiska. Decyzja o przerwaniu zdobywania pola i wykonaniu strzału musi uwzględniać relację możliwego kąta rozrzutu i kąta γ , pod jakim widać światło bramki. W niniejszym artykule podkreślono zmienność kąta γ na linii osi podłużnej boiska i znaczne zmniejszanie się tego kąta w miarę oddalania się od tejże osi ku skrzydłom, do linii bocznych boiska.

Wszystkie wskaźniki i analizy potwierdzają standardową regułę gry w piłce nożnej, która polega na korzystnym zdobywaniu pola skrzydłami i w końcu dośrodkowaniu do centralnej strefy boiska, ponieważ właśnie oddanie strzału z tejże strefy stwarza największą szansę zdobycia bramki. Ale należy zauważyć, że ta centralna strefa jest najmocniej broniona. Dlatego staranne nadanie kierunku lotu piłki z pozycji skrzydłowych także może zagrozić bramce przeciwnika. Tym bardziej że często są stosowane strzały rotacyjne, które nadają torowi piłki kształt łuku. Poza tym obecne parametry piłek, ich sprężystość i gładkość powierzchni, stwarzają korzystne warunki fizyczne do skutecznych strzałów także z dalszych odległości.

prof. Konrad P. Eckes

Literatura:

- 1. Eckes K.: Geometria piłki, GEODETA 6/2012.

O G Ł O S Z E N I E

Ja Andrzej Jagielski informuję, że publikacją książek-podręczników pt. „Geodezja w gospodarce nieruchomościami Tom 1” oraz „Geodezja w gospodarce nieruchomościami Tom 2”, wydanej przez Wydawnictwo „Geodpis”, Kraków 2010 naruszyłem osobiste i majątkowe prawa autorskie przysługujące Pani Zofii Tokarz, która jest autorką opracowania pt. „Geodezja w gospodarce nieruchomościami”