

Analiza porównawcza współczesnych modeli geoidy dla obszaru Polski

Satelitarnie czy klasycznie?

KRZYSZTOF ŚWIĄTEK, KAROL DAWIDOWICZ

Wraz ze wzrostem dokładności modeli geoidy niwelacja satelitarna będzie zastępowała klasyczne pomiary niwelacyjne. Dlatego w ostatnich latach położono duży nacisk na opracowanie globalnego modelu geoidy z kilkunastymetrową dokładnością. Analiza wyników wyznaczenia wysokości normalnych z wykorzystaniem obserwacji GPS oraz dostępnych obecnie modeli geoidy dla obszaru Polski dowodzi, że już jest możliwe osiągnięcie dokładności rzędu ± 4 cm.

● Wyznaczanie przebiegu geoidy w Polsce

Pierwsze wyznaczenie astro-grawimetrycznej geoidy dla obszaru Polski zostało zrealizowane w 1961 roku, drugie – w 1970, a trzecie – w 1978. Rozdzielczość ostatniej wersji była rzędu 20×20 km, a dokładność względna wyznaczenia DN jest szacowana na około 68 cm/100 km. Grawimetryczna geoida dla obszaru Polski obliczona przez Adama Łyszkowicza w 1993 roku charakteryzowała się błędem bezwzględnym rzędu ± 25 cm i rozdzielczością około 10×10 km. Względna dokładność wynosiła około 7 cm/100 km. W następnym rozwiązaniu (z 1994 roku) błąd bezwzględny był rzędu ± 14 cm, a względny – 5 cm/100 km. W 1995 roku Adam Łyszkowicz po raz pierwszy wyznaczył grawimetryczną quasi-geoidę dla Polski. Błąd bezwzględny tego rozwiązania wyniósł około ± 9 cm, względny – średnio 2 cm/100 km, przy rozdzielczości modelu około $2 \text{ km} \times 2 \text{ km}$. W 1997 roku ten sam autor zrealizował kolejne obliczenie geoidy/quasi-geoidy (quasi97b) i uzyskał błąd bezwzględny rzędu ± 3 cm i błąd względny około 1 cm/100 km [Łyszkowicz A.,

1998]. Dwa ostatnie modele dopasowane są do układu wysokościowego Kronsztađ '86, a tym samym są spójne z obowiązującym w Polsce systemem wysokości normalnych.

● Geoida a quasi-geoida

Wzrost w ostatnich latach zainteresowania utworzeniem dokładnego modelu geoidy bierze się stąd, że model taki pozwoliłby na pełne wykorzystanie dokładności techniki satelitarnej w praktyce geodezyjnej, a w szczególności w niwelacji satelitarnej. Niwelacja ta to proces prowadzący do uzyskania wysokości ortometrycznych na podstawie wysokości elipsoidalnych wyznaczonych techniką GPS oraz dodatkowych informacji, które umożliwiają określenie odstępów N geoidy od elipsoidy WGS-84.

$$H^0 = h - N, \quad (1)$$

gdzie:

H^0 – wysokość ortometryczna punktu,

h – wysokość elipsoidalna punktu,

N – odstęp geoidy od elipsoidy.

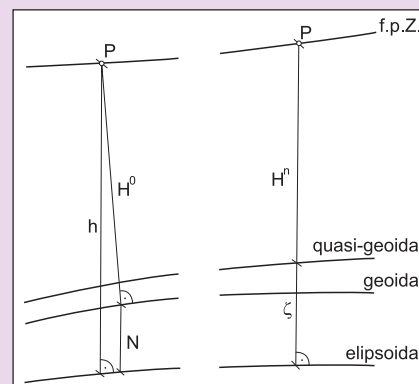
Chociaż quasi-geoida jest powierzchnią nieciągłą i nie ma powiązania z jakimkolwiek potencjałem, to jednak można

wyznaczyć jej model z nie mniejszą dokładnością niż model geoidy. Związek pomiędzy wysokością normalną H^n a elipsoidalną h przedstawia się następująco:

$$H^n = h - z \quad (2)$$

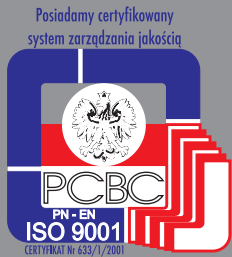
gdzie z – odstęp quasi-geoidy od elipsoidy (anomalia wysokości).

W dwóch powyższych wzorach ważne jest, aby wysokość h i odstęp N i z odniesione były do tej samej geocentrycznej elipsoidy. Związki opisane zależnościami (1) i (2) przedstawia rysunek 1.



Rys. 1. Związki pomiędzy wysokością elipsoidalną a ortometryczną i normalną

WARSZAWSKIE PRZEDSIĘBIORSTWO GEODEZYJNE S.A.



00-497 Warszawa, ul. Nowy Świat 2

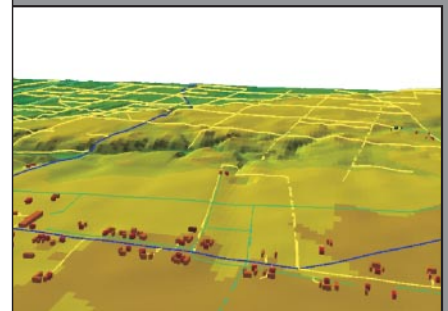
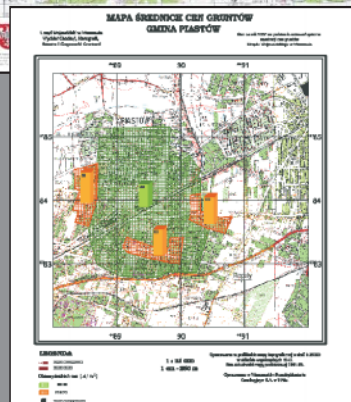
tel. 0 (prefiks) 22 621-44-61

fax 0 (prefiks) 22 625-78-87

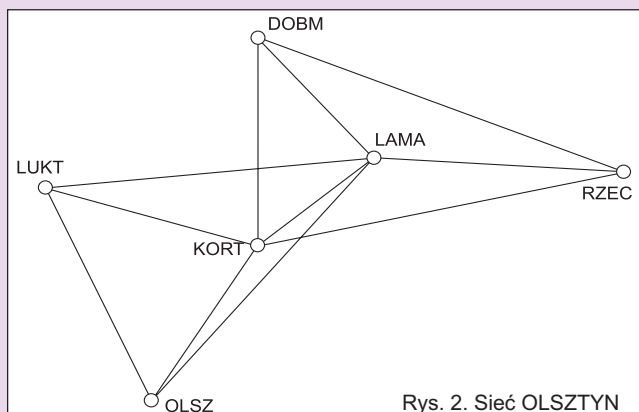
www.wpg.com.pl; e-mail: wpg@wpg.com.pl

Wykonujemy:

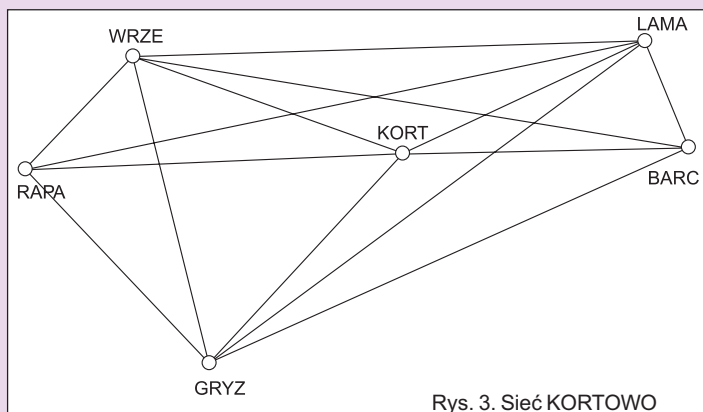
- Inwentaryzację urządzeń inżynierskich
- Kataster gruntów i budynków
- Mapy i plany
- Obsługę geodezyjną inwestycji
- Opracowanie dokumentacji obiektów budowlanych
- Opracowania fotogrametryczne
- Wycenę i obrót nieruchomościami
- Systemy Informacji o Terenie
- Systemy Katastralne



Mierzymy wszystko, nawet to, czego nie potrafią inni



Rys. 2. Sieć OLSZTYN



Rys. 3. Sieć KORTOWO

Należy zaznaczyć, że wzór (1) jest przybliżony. Ujawnia tylko różnice pomiędzy powierzchniami odniesienia, nie biorąc pod uwagę różnic kierunków linii. Wysokość geodezyjna liczona jest bowiem wzdłuż normalnej do elipsoidy, a wysokość ortometryczna – wzdłuż linii pionu. Jednak błąd spowodowany tym przybliżeniem można w praktyce geodezyjnej pominąć. Na większości obszaru Polski (poza rejonami górskimi) wartość odstepu geoidy od quasi-geoidy nie przekracza kilkunastu milime-

trów, można więc tu z dokładnością 1-2 cm określić jednocześnie kształt geoidy i quasi-geoidy.

Analizy porównawcze dla różnych modeli geoidy

Obecnie w kraju dostępnych jest kilka modeli geoidy. Począwszy od wspomnianego już modelu quasi97b (Łyszkowicz A., 1998), poprzez modele zawarte w kolejnych wersjach programu UNITRANS

(Kadaj R. J., Kostoń K., 2000) aż do modelu dołączonego do najnowszej wersji instrukcji G-2 (Instrukcja G-2, 2001). Poniżej przedstawiono wyniki wyznaczenia wysokości normalnych z wykorzystaniem obserwacji GPS oraz wspomnianych modeli geoidy, które porównano z wysokościami uzyskanymi z niwelacji geometrycznej. W ramach badań wykonano pomiary GPS w dwóch sieciach (OLSZTYN i KORTOWO) składających się z 6 punktów (rys. 2 i 3) oraz w 8-punktowym cią-

Punkt	Wysokość normalna H^n	Wysokości normalne z niwelacji satelitarnej H_s^n i różnice $H^n - H_s^n$									
		quasi97b		UNITRANS		UNITRANS 6.5		UNITRANS 8.2		GEOIDA 2001	
		H_s^n	$H^n - H_s^n$	H_s^n	$H^n - H_s^n$	H_s^n	$H^n - H_s^n$	H_s^n	$H^n - H_s^n$	H_s^n	$H^n - H_s^n$
LAMA	157.671	157.656	0.015	157.691	-0.020	157.681	-0.010	157.669	0.002	157.661	0.010
OLSZ	172.564	172.570	-0.006	172.571	-0.007	172.600	-0.036	172.587	-0.023	172.579	-0.015
KORT	119.490	119.459	0.031	119.459	0.031	119.489	0.001	119.472	0.018	119.462	0.028
LUKT	94.571	94.533	0.038	94.501	0.070	94.573	-0.002	94.563	0.008	94.550	0.021
DOBM	101.850	101.884	-0.034	101.922	-0.072	101.922	-0.072	101.903	-0.053	101.891	-0.041
RZEC	159.474	159.495	-0.021	159.523	-0.058	159.535	-0.061	159.515	-0.041	159.506	-0.032

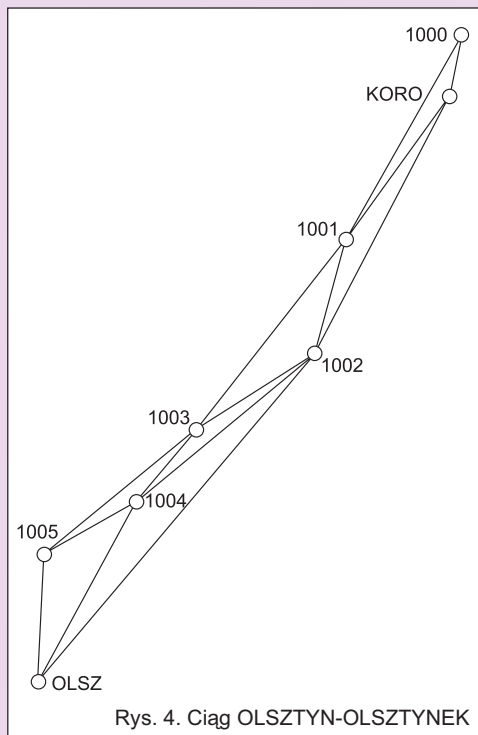
Tabela 1. Wysokości normalne punktów sieci OLSZTYN

Punkt	Wysokość normalna H^n	Wysokości normalne z niwelacji satelitarnej H_s^n i różnice $H^n - H_s^n$			
		UNITRANS 8.2		GEOIDA 2001	
		H_s^n	$H^n - H_s^n$	H_s^n	$H^n - H_s^n$
KORT	119.490	119.464	0.026	119.444	0.036
LAMA	157.671	157.669	0.002	157.661	0.010
BARC	136.353	136.342	0.011	136.331	0.022
RAPA	123.443	123.452	-0.009	123.437	0.006
GRYZ	185.078	185.048	0.030	185.040	0.038
WRZE	121.314	121.315	-0.001	121.304	0.010

Tabela 2. Wysokości normalne punktów sieci KORTOWO

Punkt	Wysokość normalna H^n	Wysokości normalne z niwelacji satelitarnej H_s^n i różnice $H^n - H_s^n$							
		UNITRANS		UNITRANS 6.5		UNITRANS 8.2		GEOIDA 2001	
		H_s^n	$H^n - H_s^n$	H_s^n	$H^n - H_s^n$	H_s^n	$H^n - H_s^n$	H_s^n	$H^n - H_s^n$
1000	106.188	106.157	0.031	106.186	0.002	106.172	0.016	106.162	0.026
KORO	122.446	122.412	0.034	122.442	0.004	122.426	0.020	122.415	0.031
1001	111.755	111.728	0.027	111.763	-0.008	111.747	0.008	111.738	0.017
1002	149.312	149.290	0.022	149.326	-0.014	149.313	-0.001	149.301	0.011
1003	161.690	161.673	0.017	161.709	-0.019	161.700	-0.010	161.693	-0.003
1004	159.297	159.274	0.023	159.311	-0.014	159.301	-0.004	159.291	0.006
1005	168.471	168.449	0.022	168.485	-0.014	168.473	-0.002	168.463	0.008
OLSZ	172.564	172.547	0.017	172.576	-0.012	172.563	0.001	172.555	0.009

Tabela 3. Wysokości normalne punktów ciągu OLSZTYN-OLSZTYNEK

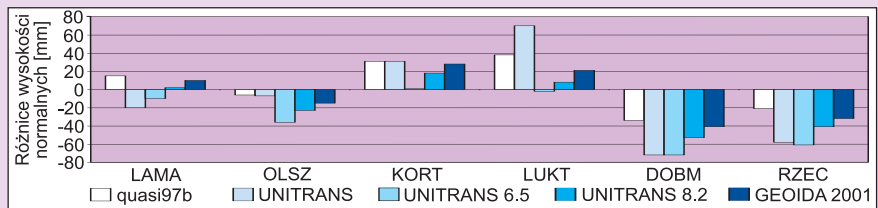


gu OLSZTYN-OLSZTYNEK (rys. 4). Na punktach sieci OLSZTYN wykonano 8-godzinne sesje pomiarowe GPS. Najdłuższy mierzony wektor sieci (LAMA-OLSZ) miał długość około 45,5 km, najkrótszy (LAMA-RZEC) – około 17,9 km. Na punktach sieci KORTOWO przeprowadzono 4-godzinne sesje pomiarowe. Najdłuższy mierzony wektor sieci (LAMA-RAPA) to ok. 38,9 km, najkrótszy (LAMA-BARC) – około 6,5 km. Natomiast punkty ciągu OLSZTYN-OLSZTYNEK mierzone były w 3,5-godzinnych sesjach. Średnia odległość między sąsiednimi punktami ciągu wynosiła około 3,8 km (minimalna odległość – 1,5 km, maksymalna – 6 km). Ponadto wyznaczono wysokości normalne punktów za pomocą niwelacji geometrycznej w nawiązaniu do reperów I klasy. Zarówno punkty sieci, jak i ciągu znajdowały się w odległości nie większej niż 150 m od reperów I klasy.

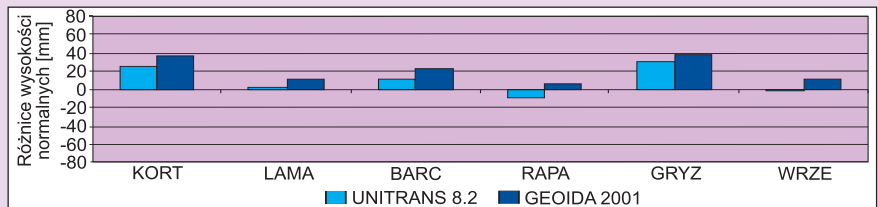
W tabelach 1, 2 i 3 przedstawiono wyniki uzyskane w ramach przeprowadzonego eksperymentu. Uzupełnieniem są wykresy 1, 2 i 3 różnic wysokości normalnych z niwelacji geometrycznej i niwelacji sateli-

● Różne modele, podobne wyniki

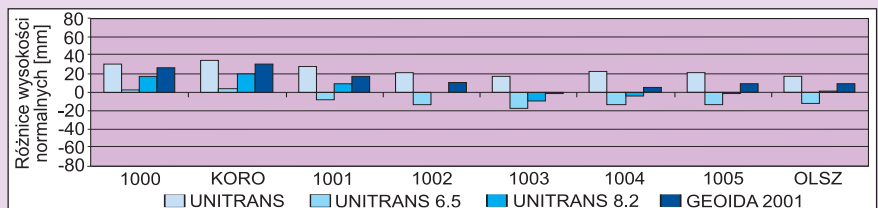
Analizując wykres 1, widzimy, że maksymalne różnice uzyskane z porównania wysokości normalnych otrzymanych z niwelacji geometrycznej i niwelacji sateli-



Wykres 1. Różnice wysokości normalnych dla punktów sieci OLSZTYN



Wykres 2. Różnice wysokości normalnych dla punktów sieci KORTOWO



Wykres 3. Różnice wysokości normalnych dla punktów ciągu OLSZTYN-OLSZTYNEK

tarnej mieszczą się w granicach ± 7 cm. Odnosi się to głównie do dwóch punktów (DOBM, RZEC), gdzie uzyskano najgorsze wyniki. Dla pozostałych punktów różnice zasadniczo nie przekraczają ± 4 cm. Wyjątkiem jest punkt LUKT, którego wysokość wyznaczono z wykorzystaniem modelu geoidy z najstarszej wersji programu UNITRANS. Należy zaznaczyć, że różnice, jakie otrzymano na punktach DOBM i RZEC, mogą być spowodowane błędami poszczególnych modeli, ale także wynikać z nieprawidłowego określenia wysokości reperów I klasy. W przypadku sieci KORTOWO (wykres 2) różnice wysokości w żadnym przypadku nie przekraczają ± 4 cm. Wartości różnic są bardzo zbliżone w przypadku modeli, jakie wykorzystano do analiz tej sieci. Również różnice wysokości punktów ciągu (wykres 3) nie przekraczają ± 4 cm. Przeprowadzone analizy uwiarykowały, że wyznaczenie wysokości normalnych z wykorzystaniem wszystkich opisanych modeli dało zbliżone wyniki. Spośród modeli zawartych w programie UNITRANS najlepszą zgodność uzyskano z zastosowaniem modelu UNITRANS 8.2. Utrudniony dostęp do modelu quasi97b spowodował, że jego użycie możliwe było tylko w przypadku sieci OLSZTYN.

Należy mieć nadzieję, że wraz ze wzrostem dokładności modeli geoidy, niwelacja satelitarna będzie zastępowała klasyczne pomiary niwelacyjne. W ostatnich latach położono silny nacisk na wyznacze-

nie globalnego modelu geoidy z kilkucentymetrową dokładnością. W tym celu zaplanowano trzy misje satelitarne, z których dwie zostały już rozpoczęte, a przygotowania do ostatniej są już w zaawansowanym stadium.

Dr hab. Krzysztof Świątek prof. UWM i **dr Karol Dawidowicz** są pracownikami Instytutu Geodezji Uniwersytetu Warmińskiego-Mazurskiego w Olsztynie

Literatura

1. Dawidowicz K., Świątek K., Wyznaczenie wysokości normalnych punktów ciągu Olsztyn-Olsztynek metodą interpolacji, Biuletyn Naukowy UWM, Olsztyn (2003).
2. Instrukcja techniczna G-2 Szczegółowa pozioma i wysokościowa osnowa geodezyjna i przeliczenia współrzędnych między układami, wydanie piąte zmienione, GUGiK, Warszawa (2001).
3. Kadaj R. J., Kostoń K., GEONET_unitrans (instrukcja programu), ALGORES-SOFT, Rzeszów (2000).
4. Łyszkowicz A., Grawimetryczna quasi-geoida model quasi97b a układ wysokościowy Kronsztad'86, VI Sympozjum „Współczesne problemy podstawowych sieci geodezyjnych”, Warszawa (1998).
5. Łyszkowicz A., Świat geodety się zmienia, Magazyn Geoinformacyjny GEODETA nr 9 (76), 10 (77), Warszawa (2001).
6. Osada E., Geoida niwelacyjna 2001, referat wygłoszony na seminarium „Aktywna sieć geodezyjna ASG-PL”, GUGiK, Warszawa (2001).
7. Pażus R., Osada E., Olejnik S., Geoida niwelacyjna 2001, Magazyn Geoinformacyjny GEODETA nr 5 (84), Warszawa (2002).